Z. Wahrscheinlichkeitstheorie verw. Geb. 12, 73 – 74 (1969)

Eine Bemerkung zu meiner Arbeit „Rhythmische Abbildungen abelscher Gruppen II"

PETER FLOR

Summary. In the paper quoted in the title it was proved that a function on a discrete group is almost automorphic if and only if it is bounded and continuous in the Bohr topology. Here this result is extended to continuous functions on arbitrary topological groups. Taken together with a theorem of Marčenko, this implies a theorem first stated, but not proved, by Veech: a function of a real variable is continuous and almost automorphic if and only if it is bounded and Levitan almost periodic.

Sei G eine topologische Gruppe. Die *Bohr-Topologie* von G (vgl. [1]) ist die gröbste Topologie auf G, bei der alle in der Ausgangstopologie stetigen Homomorphismen von G in kompakte Gruppen stetig bleiben.

In [2] habe ich bewiesen:

Ist G eine diskrete Gruppe, S ein uniformer Raum, so ist jede der folgenden Bedingungen notwendig und hinreichend für die Fastautomorphie von $f\colon G \to S$:

a) *f ist beschränkt und in der Bohrtopologie von G stetig;*

b) *es gibt eine Zerlegung $f = g\,h$, $G \xrightarrow{h} S' \xrightarrow{g} S$, wobei S' ein uniformer Raum, h fastperiodisch und g stetig und beschränkt ist (d.h. totalbeschränkte Wertmenge besitzt);*

c) *es gibt eine Zerlegung $f = g\,h$, $G \xrightarrow{h} G' \xrightarrow{g} S$, wobei G' eine totalbeschränkte topologische Gruppe, h ein Homomorphismus und g stetig und beschränkt ist.*

Bei der Formulierung von c) (Korollar 3 von [2]) habe ich versehentlich verlangt, daß *h stetig* sein soll. Da ausdrücklich vorausgesetzt worden war, daß G diskret ist, ist diese Forderung leer. Doch gelten dieselben Äquivalenzen in der Tat für stetige fastautomorphe Funktionen auf beliebigen topologischen Gruppen, wenn man unter b) und c) noch die Stetigkeit von h verlangt. Die Beweise aus [2] sind – mit einer Ergänzung – auch in dieser allgemeinen Situation anwendbar. Zu ergänzen ist, daß die Mengen $C_\varepsilon(N)$ in G offen sind, wie aus ihrer Definition und der Stetigkeit von f unmittelbar folgt. Also ist eine stetige Funktion auf einer topologischen Gruppe G dann und nur dann fastautomorph, wenn sie beschränkt und in der Bohr-Topologie von G stetig ist.

Mit Hilfe des Satzes von Marčenko [3], wonach eine Funktion einer reellen Variablen genau dann im Sinne Levitans fastperiodisch ist, wenn sie in der Bohr-Topologie von R stetig ist, folgt nun unmittelbar – wie bereits Reich [4] bemerkte – die Richtigkeit einer Aussage, die Veech zuerst ([5], S. 464) behauptet, dann ([6], S. 719 – 720) zurückgezogen hat: *die stetigen fastautomorphen Funktionen sind genau die beschränkten nach Levitan fastperiodischen Funktionen.*

In noch nicht veröffentlichten Untersuchungen dehnt Reich den Satz von Marčenko und die erwähnte Kennzeichnung der fastautomorphen Funktionen auf beliebige topologische Gruppen aus. Dafür, daß er mir diese Untersuchungen (und [4]) zur Verfügung stellte, möchte ich an dieser Stelle Herrn Reich herzlich danken.

Literatur

1. Alfsen, E. M., and P. Holm: A note on compact representations and almost periodicity in topological groups. Math. Scandinav. **10**, 127–137 (1962).
2. Flor, P.: Rhythmische Abbildungen abelscher Gruppen II. Z. Wahrscheinlichkeitstheorie verw. Geb. **7**, 17–28 (1967).
3. Marčenko, V. A.: Metody summirovanija obobščennych rjadov Fourier. Zap. naučno-issl. inst. matem. i mech. Charkov **20**, 3–32 (1950).
4. Reich, A.: Verhalten fastelliptischer Funktionen längs beliebiger Geraden. Math. Institut Göttingen, Seminar Prof. Maak, Bericht Nr. 23. Göttingen 1967.
5. Veech, W. A.: Almost automorphic functions. Proc. nat. Acad. Sci. USA **49**, 462–464 (1963).
6. – Almost automorphic functions on groups. Amer. J. Math. **87**, 719–751 (1965).

Pd. Dr. P. Flor
Mathematisches Institut der Universität
Strudlhofgasse 4
A-1090 Wien

(Eingegangen am 9. Oktober 1968)