Z. Wahrscheinlichkeitstheorie verw. Gebiete
54, 303-311 (1980)

Zeitschrift für
Wahrscheinlichkeitstheorie
und verwandte Gebiete

Relèvement d'une mesure ergodique par un codage

F. Blanchard[1] and D. Perrin[2]

[1] Université Paris VI, Laboratoire de Probabilités,*
[2] Université de Rouen, LITP, Rouen, France

Summary. Let α be a coding: $B \to A^*$, to which is associated a mapping $Q \to Q^\alpha$ from the set of ergodic measures on $B^{\mathbb{Z}}$ to the set of ergodic measures on $A^{\mathbb{Z}}$. We derive a relation between the number of ergodic solutions of the equation $P = Q^\alpha$ where P is a given ergodic measure on $A^{\mathbb{Z}}$, and the ambiguousness of decoding for each of the solutions Q.

1. Introduction

On se propose d'étudier ici la situation suivante: on dispose de deux ensembles A et B et d'une substitution.

$$\alpha: B \to A^*$$

où A^* désigne l'ensemble des suites finies d'éléments de A. On suppose aussi connue une mesure P sur l'espace $S = A^{\mathbb{Z}}$ des suites doublement infinies d'éléments de A et on cherche quelles sont les mesures Q sur l'espace $T = B^{\mathbb{Z}}$ qui induisent la mesure P sur S au moyen de la substitution α (on note $P = Q^\alpha$).

Le résultat principal de cet article est une formule qui relie le nombre de solutions de l'équation $Q^\alpha = P$ au nombre de relèvements d'une suite de $A^{\mathbb{Z}}$ dans $B^{\mathbb{Z}}$, dans le cas où la substitution α est un codage.

Si P est une mesure ergodique sur $A^{\mathbb{Z}}$, on note $d(\alpha, P)$ le nombre p.s. de relèvements d'une suite de $A^{\mathbb{Z}}$ dans $B^{\mathbb{Z}}$ et si Q est une mesure ergodique sur $B^{\mathbb{Z}}$, on note $d'(\alpha, Q)$ le nombre p.s. de relèvements d'une suite de $A^{\mathbb{Z}}$ qui sont dans le support de Q. La formule que nous établissons s'écrit:

$$\sum_{Q^\alpha = P} d'(\alpha, Q) = d(\alpha, P)$$

Si l'on considère les cas extrêmes, cela signifie que, soit il existe une seule solution à l'équation $Q^\alpha = P$ (et on peut donc en un sens «identifier» la source du con-

---

* Laboratoire de Probabilités, tour 46–56, 3 ème étage, 4, Place Jussieu, F-75230 Paris Cedex 05. Laboratoire associé au CNRS n°224 «Processus Stochastiques et Applications»

0044-3719/80/0054/0303/$01.80

dage α) mais l'ambiguité sur le décodage est maximale, soit il ne peut y avoir d'ambiguité sur le décodage ($d'(\alpha, Q) \equiv 1$) mais il existe $d(\alpha, P)$ mesures ergodiques Q sur la source qui induisent P sur $A^{\mathbb{Z}}$ (et on ne peut donc pas identifier la cource). Nous donnons plusieurs exemples de cette situation.

2. Définitions et notations

On considère deux ensembles finis A et B et une application (ou substitution)

$$\alpha: B \to A^*$$

de B dans l'ensemble A^* des suites finies d'éléments de B. On notera encore α le morphisme de monoïdes de B^* dans A^* défini par sa restriction à B:

$$\alpha(b_1 b_2 \ldots b_n) = \alpha(b_1)\, \alpha(b_2) \ldots \alpha(b_n), \quad b_i \in B.$$

On dit que α est un *codage* si c'est une application injective de B^* dans A^* et l'ensemble $\alpha(B)$, noté X, est alors un *code*. On en obtient un exemple en choisissant α de telle façon qu'aucun mot de X ne soit un facteur gauche d'un autre élément de X (on dit alors que X est un code préfixe).

On notera dans tout ce qui suit $S = A^{\mathbb{Z}}$, $T = B^{\mathbb{Z}}$, que l'on supposera munis de leur σ-algèbre naturelle et on désignera par σ et τ les décalages (ou shifts) respectifs de S et T:

$$\forall s \in S, \quad (\sigma(s))_n = s_{n-1} \quad \text{où } s_n \text{ désigne la } n^{\text{ième}} \text{ coordonnée de } s.$$

Etant donnée une suite $s \in S$ on notera pour tous n, m de $\mathbb{Z}$ ($n \leqq m$)

$$s_n^m = a_n a_{n+1} \ldots a_m;$$

on dira que l'intervalle (n, m) est le *support* du mot s_n^m. Pour tout mot $w = a_0 a_1 \ldots a_n \in A^*$ on écrira:

$$[w] = \{s \in S \mid s_0^n = w\}.$$

On nomme *scansion* d'une suite s de S toute partie doublement infinie I de $\mathbb{Z}$ telle que pour deux éléments consécutifs n, m de I, on ait $s_n^{m-1} \in X$.

Proposition 2.1. *Soit P une mesure invariante sur S; si α est un codage deux scansions distinctes d'une suite s de S sont p.s. disjointes.*

Démonstration. Soient I, J deux scansions de $s \in S$; comme α est un codage, si I et J ont deux points communs, elles coïncident entre ces points:

$$n, m \in I \cap J \Rightarrow I \cap [n, m] = J \cap [n, m]$$

sans quoi s_n^{m-1} aurait deux images réciproques distinctes par α.

Soient alors ξ (resp. ξ') le temps de dernière (resp. première) occurrence de points communs entre deux scansions distinctes d'une suite $s \in S$; ce sont des variables aléatoires à valeurs dans $Z \cup \{-\infty\} \cup \{+\infty\}$.

Les valeurs finies de ces variables sont équiprobables puisque

$$\xi(\sigma s)=\xi(s)+1;$$

donc $\xi(s)=-\infty$ et $\xi'(s)=+\infty$, P-presque sûrement ce qui entraîne la conclusion d'après ce qui précède. ■

Nous aurons l'occasion de revenir sur cette propriété au §4, où nous donnons un énoncé plus fort que celui-ci.

Introduisons maintenant une notation supplémentaire: soit α un morphisme de B^* dans A^* et $X=\alpha(B)$. On notera G (resp. D) l'ensemble des facteurs gauches (resp. droits) propres de X:

$$G=\{g\in A^* | gA^+\cap X\neq\emptyset\},$$
$$D=\{d\in A^* | A^+ d\cap X\neq\emptyset\},$$

où $A^+=A^*\setminus\{1\}$ est le semigroupe libre sur l'ensemble A.

On appelle *interprétation* d'un mot f de A^* un triplet $(d,b,g)\in D\times B^*\times G$ tel que: $f=d\cdot\alpha(b)\cdot g$.

On dit que deux interprétations (d,b,g) et (d',b',g') sont *adjacentes* s'il existe $u, v, u', v'\in B^*$ tels que:

$$b=uv,\ b'=u'v',\ d\cdot\alpha(u)=d'\cdot\alpha(u'),\ \alpha(v)\cdot g=\alpha(v')\cdot g'.$$

Deux interprétations qui ne sont pas adjacentes sont, par définition, *disjointes.*

Proposition 2.2. *Le nombre maximum de scansions disjointes (deux à deux) de $s\in S$ est la limite du nombre maximum des interprétations disjointes (deux à deux) des mots*

$$s_{-n}^{+n},\ n\in\mathbb{N}.$$

Démonstration. Soit $d(n)$ le nombre d'interprétations deux à deux disjointes de s_{-n}^{+n}; la suite $\{d(n)\}_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante et a donc une limite, soit d, qui est atteinte à partir d'un certain entier n_0; le nombre d est précisément le nombre maximum de scansions deux à deux disjointes de s puisque pour toute scansion I de s l'ensemble d'indices $\mathrm{I}\cap[-n,+n]$ donne une interprétation de s_{-n}^{+n}. ■

On déduit en particulier de la proposition précédente que le nombre maximum de scansions disjointes d'une suite $s\in S$ est une fonction mesurable sur S.

Cette fonction est invariante par le décalage σ de S et si P est une mesure ergodique sur S, elle est donc p.s. constante. Sa valeur est, par définition, le *degré* de α relativement à P, noté $d(\alpha, P)$; ce nombre est, d'après 2.1, le nombre de scansions de presque tout $s\in S$.

Considérons maintenant une mesure de probabilité Q sur $T=B^{\mathbb{Z}}$; on peut transférer cette mesure sur $A^{\mathbb{Z}}$ au moyen du morphisme α de la façon suivante: notons T' la tour construite sur T sous la fonction:

$$f(t)=|\alpha(t_0)|$$

où $|\alpha(t_0)|$ désigne la longueur du mot $\alpha(t_0)$. Par définition:

$$T' = \{(t, i) \in T \times \mathbb{N} \mid 1 \leqq i \leqq f(t)\}.$$

Le décalage de T' est noté τ':

$$\begin{aligned} \tau'(t, i) &= (t, i-1) \text{ si } i \neq 1 \\ &= (\tau(t), f(\tau(t))) \text{ si } i = 1 \end{aligned}$$

Et on note Q' la mesure sur T' qui est le produit normé de Q par la mesure de comptage sur $\{1, 2, \ldots, f(t)\}$. On définit une application $\phi: T' \to S$ en posant: $\phi(t, i)_0 = a_i \in A$ si $\alpha(t_0) = a_1 a_2 \ldots a_{f(t)}$ et en rendant le diagramme ci-dessous commutatif:

$$\begin{tikzcd} T' \arrow[r, "\phi"] \arrow[d, "\tau'"'] & S \arrow[d, "\sigma"] \\ T' \arrow[r, "\phi"] & S \end{tikzcd}$$

On désignera par Q^α la mesure de probabilité sur S induite de Q' par ϕ; on sait que si Q est invariante ou ergodique, il en est de même de Q' et donc de Q^α.

Il est commode de posséder une définition directe de Q^α quand Q est une mesure invariante; on a alors pour tout mot $w \in A^*$:

$$Q^\alpha[w] = \sum Q[b_1 b b_2]$$

où la somme porte sur les triplets (b_1, b, b_2) tels que w admet une interprétation (d, b, g) avec $b_1 = 1$ (resp. $b_2 = 1$) si $d = 1$ (resp. $g = 1$), et sinon $b_1 \in B \cap \alpha^{-1}(A^* d)$ (resp. $b_2 \in B \cap \alpha^{-1}(g A^*)$).

Maintenant, étant donnée une mesure de probabilité Q ergodique sur T, et $P = Q^\alpha$, nous avons défini le degré de α relatif à P qui est p.s. le nombre de scansions de $s \in S$.

Nous définissons maintenant le degré de α relatif à Q comme le plus petit des entiers k tels qu'il existe une partie E de T' invariante par τ' et de mesure 1 telle que p.s. pour $s \in S$ on ait:

$$\operatorname{Card}(\phi^{-1}(s) \cap E) = k;$$

on notera $d'(\alpha, Q)$ ce nombre.

Exemple 2.3. Soit $B = \{b_1, b_2, \ldots, b_5\}$, $A = \{a, b\}$ et α défini par $\alpha(b_i) = m_i$ avec: $m_1 = a\,a\,a$, $m_2 = a\,a\,b\,b$, $m_3 = a\,b$, $m_4 = b\,a\,a$, $m_5 = b\,b\,a$.

Si P est une mesure de Bernoulli positive sur $S = A^{\mathbb{Z}}$, on a:

$$d(\alpha, P) = 0$$

car le mot $w = b^5$ n'admet aucune interprétation (donc $P(\phi(T')) = 0$).

Par contre, si Q est une mesure de Bernoulli positive sur $T = B$ et $P = Q^\alpha$, on a:

$$d(\alpha, P) = 1$$

car le mot $a\,a\,b\,b\,b\,b\,a = m_2\,m_5$ n'a qu'une interprétation.

Enfin, si Q est une mesure sur T ne chargeant que $\{b_1, b_2\}^{\mathbb{Z}}$ et $P = Q^\alpha$ on aura:

$$d(\alpha, P) = 3$$

car chaque mot de $\{m_1, m_2\}^*$ a trois interprétations disjointes.

3. Relèvement d'une mesure ergodique

On utilise les notations du §2 et l'on suppose que le morphisme α: $B^+ \to A^+$ est un codage.

On se propose de démontrer la formule suivante:

Théorème 3.1. *Pour toute mesure de probabilité ergodique P sur S, on a l'égalité*

$$\sum d'(\alpha, Q) = d(\alpha, P)$$

où la somme porte sur les mesures de probabilité ergodiques Q telles que $P = Q^\alpha$.

Plus précisément, on peut trouver une bijection bimesurable ψ de $Sx\{1, \ldots, d\}$ dans T' telle que, pour chaque mesure ergodique Q vérifiant $Q^\alpha = P$, il existe un sous-ensemble $E(d)$ de $\{1, \ldots, d\}$ ayant $d'(\alpha, Q)$ éléments, tel que l'image de Q par ψ^{-1} soit égale au produit normé de P par la mesure de comptage sur $E(Q)$:

$$\psi^{-1}(Q') = \frac{1}{d'}\; P \otimes 1_{E(Q)}.$$

Démonstration. Associons à la mesure ergodique P sur S une mesure $\tilde{P}$ sur la tour T'construite sur Tde la manière suivante:

Notons U l'ensemble des éléments de S qui ont $d = d(\alpha, P)$ scansions disjointes; d'après 2.1 et 2.2, l'ensemble U est mesurable et de mesure 1.

On définit une application mesurable

$$\psi'\colon\; U \times \{1, 2, \ldots, d\} \to T'$$

en numérotant les d scansions d'un élément de U dans l'ordre décroissant de leur premier instant avant 0. Si l'on munit $U \times \{1, 2, \ldots, d\}$ du produit normé de P par la mesure de comptage sur $\{1, 2, \ldots, d\}$, on obtient par composition avec ψ'^{-1} une mesure $\tilde{P}$ sur T' qui est invariante par le décalage τ' de T'; en effet $\sigma' = \psi'^{-1}\,\tau'\,\psi'$ agit sur $U \times \{1, 2, \ldots, d\}$ comme le produit de σ et d'une permutation de $\{1, 2, \ldots, d\}$ dépendant de $u \in U$.

De plus, la tribu des invariants de $\tilde{P}$ est atomique et compte au plus d atomes puisque si E est un ensemble invariant de T' tel que

$$0 < \tilde{P}(E) < \frac{1}{d},$$

alors

$$0 < P(\phi(E)) \leqq d \cdot \tilde{P}(E) < 1$$

en contradiction avec l'hypothèse que P est ergodique, puisque $\phi(E)$ est invariant par σ.

Soit maintenant R une mesure ergodique sur T telle que $P = R^{\alpha}$, c'est-à-dire encore que $R'0\ \phi^{-1} = P$ où R' est la mesure sur T' associée à R. La mesure R' est absolument continue par rapport à $\tilde{P}$ puisque si $\tilde{P}(E) = 0$, on a $P(\phi(E)) = 0$ et donc $R'(E) = 0$.

La dérivée $dR'/d\tilde{P}$ est donc une fonction presque sûrement invariante par τ'; elle est donc constante sur chacun des atomes de la tribu des invariants de τ' pour $\tilde{P}$. Et comme R' est ergodique, elle est nulle partout sauf sur l'un des atomes E de cette tribu. Ceci veut dire que R' est absolument continue par rapport à la restriction de $\tilde{P}$ à E, qui est une mesure ergodique. Mais deux mesures ergodiques distinctes ne peuvent avoir même support; R' est donc égale à cette restriction.

Chacun des atomes invariants de $\tilde{P}$ correspond donc à une des solutions de l'équation $Q^{\alpha} = P$; il contient un nombre constant (p.s. pour la mesure P) de scansions de chaque élément de S, qui est exactement $d'(\alpha, Q)$. Puisque les solutions sont étrangères, on a

$$\sum d'(\alpha, Q) \leqq d(\alpha, P)$$

mais l'inégalité stricte est impossible, du fait que les atomes recouvrent S sauf un ensemble de probabilité nulle.

Ordonnons ces atomes d'une façon quelconque, et notons-les $A_1, \ldots, A_k$; à chacun d'entre eux correspond une solution de degré $d'_1, \ldots, d'_k$. Nous allons maintenant renuméroter les scansions en chaque point s de U, de façon mesurable, en vue de définir l'application ψ de l'énoncé.

A chaque point de U correspond un ensemble de d'_1 entiers distincts dans $\{1, \ldots\ldots, d\}$, qui sont les numéros de celles de ses scansions figurant dans A_1. Les ensembles

$$U_1(i_1, \ldots, i_{d'_1}) = \{s \in U : (s, i_1), \ldots, (s, i_{d'_1}) \in A_1\}$$

forment une partition dénombrable de U, indexée sur l'ensemble des combinaisons d'entiers distincts pris entre 1 et d. Sur chaque élément de cette partition, renumérotons les différentes scansions de 1 à d'_1 en suivant leur ordre naturel. Ceci définit une application

$$\pi:\ A_1 \to U \times \{1, \ldots, d'_1\}$$

qui est mesurable pour les tribus produit.

On renumérote de la même façons les scansions de A_2 dans

$$U \times \{d'_1 + 1, \ldots, d'_1 + d'_2\}$$

et ainsi de suite pour tous les atomes $A_2, \ldots, A_k$. On a ainsi défini une application

$$\pi: U \times \{1, \ldots, d\} \to U \times \{1, \ldots, d\}$$

bijective, bimesurable et préservant la mesure $\tilde{P}$. Posons $\psi = \psi' \circ \pi^{-1}$: l'application ψ a bien toutes les propriétés de l'énoncé. ■

Remarque. Ce résultat est très proche du théorème de décomposition ergodique de Newton-Parry [5], qu'on pourrait utiliser d'ailleurs dans sa démonstration.

Exemple 3.2. Considérons l'exemple 2.3 et une mesure ergodique P sur $S = \{a, b\}^{\mathbb{Z}}$ qui ne charge que l'ensemble U des mots infinis où les suites de b sont de longueur 2 et les suites de a de longueur congrue à 2 mod. 3; on écrira, par abus de notation:

$$U = \{(b\, b\, a\, a)(a^3)^*\}^{(\mathbb{Z})}$$

On a alors $d = d\ (\alpha, P) = 3$.

L'ensemble $\phi^{-1}(U)$ est constitué de deux ensembles disjoints de T' dont la projection sur T donne:

$$E = \{b_1, b_2\}^{\mathbb{Z}},$$
$$F = \{b_3\, b_4\, b_1^*\, b_5\, b_1^*\}^{\mathbb{Z}} \quad \text{(toujours par abus de notation).}$$

Les mesures ergodiques Q sur $T = B^{\mathbb{Z}}$ telles que $Q^\alpha = P$ sont obtenues ainsi, sauf si P est la mesure de Dirac sur $\{a\}^{\mathbb{Z}}$ auquel cas $d' = 3$ et Q_1 est la seule solution à l'équation $Q^\alpha = P$:

1) une mesure Q_1 sur E telle que $d'(\alpha, Q_1) = 1$

2) Deux mesures Q_2 et Q_3 sur F qui sont distinctes ou confondues selon qu'elles sont ou non de degré 1.

4. Suites formellement récurrentes

Nommons *formellement récurrente* une suite $s \in S$ telle que tout facteur fini de s, $w = s_n^m$, $n, m \in \mathbb{Z}$, peut être trouvé une infinité de fois pour $n \geqq 0$ et pour $n \leqq 0$.

Pour toute mesure de probabilité invariante sur S, l'ensemble de ces mots est de mesure 1.

Nous nous proposons de démontrer l'énoncé suivant, qui précise 2.1:

Théorème 4.1. *Si α est un codage, deux scansions d'une suite formellement récurrente sont disjointes ou identiques.*

Nous rappelons d'abord que pour tout morphisme

$$\alpha: B^* \to A^*,$$

il existe un monoïde fini M et un morphisme:

$$\gamma: A^* \to M$$

qui sature l'image X^* de B^*:

$$\gamma^{-1}\,\gamma(X^*) = X^*.$$

Il suffit en effet de considérer pour chaque lettre a de A la relation $\gamma(a)$ sur l'ensemble G des facteurs gauches propres de X ainsi définie:

$$\gamma(a) = \{(g, g\,a) \mid g \in G, g\,a \in G\} \cup \{(g, 1) \mid g \in G, g\,a \in X\}.$$

On étend ensuite γ en un morphisme de A^* dans le monoide M des relations sur G et on a pour tout mot $w \in A^*$:

$$(g, g')\, e\, \gamma(w) \Leftrightarrow \{w = u\,x\,g', g\,u \in X, x \in X^*\} \text{ ou } \{g\,w = g'\}.$$

On en déduit l'équivalence:

$$(1, 1) \in \gamma(w) \Leftrightarrow w \in X^*$$

qui montre que γ sature X^*.

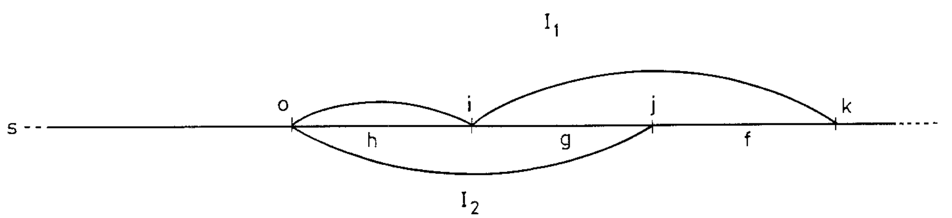
Remarque. Cette construction montre que l'ensemble des suites qui ont au moins une scansion est un «sofic system» au sens de B. Weiss [6]. Cela est vrai plus généralement quand l'ensemble X est reconnaissable (cf. [3], par exemple).

Démonstration de 4.1. Soit $X = \alpha(B)$ et γ un morphisme de A^* sur un monoïde fini M qui sature $X^*: \gamma^{-1}\,\gamma(X^*) = X^*$.

Soit $s \in S$ une suite formellement récurrente; notons F l'ensemble de ses facteurs finis (ou blocs). L'ensemble des idéaux de M qui rencontrent $\gamma(F)$, est fermé par intersection; en effet si J et K sont deux idéaux de M qui rencontrent $\gamma(F)$, on peut trouver deux facteurs u, $v \in A^*$ de s dont les occurences sont disjointes tels que $\gamma(u) \in J$, $\gamma(v) \in K$; il existe alors un facteur de s de la forme $u\,w\,v$ et on a $\gamma(uwv) \in J \cap K$ puisque J et K sont des idéaux. Soit donc K le plus petit idéal de M qui rencontre $\gamma(F)$.

Considérons deux scansions I_1 et I_2 de s ayant en commun un élément que l'on peut supposer être 0; soit $i \in I_1$ et montrons que l'on a aussi $i \in I_2$; on supposera que $i > 0$, une preuve symétrique correspond au cas $i < 0$.

Posons $h = s_0^{i-1} \in X^*$; comme s est formellement récurrente, il existe une occurrence d'un mot de $\gamma^{-1}(K)$ postérieure à i et donc un entier $i' > i$ tel que $s_i^{i'-1} \in \gamma^{-1}(K)$; et comme I_2 est une scansion de s, il existe un $j \in I_2$ tel que $j > i'$. Posons $g = s_i^{j-1}$; on a alors $hg \in X^*$; soit encore $k \in I_1$ tel que $k > j$ et $f = s_j^{k-1}$, de sorte que $gf \in X^*$



Notons $p=\gamma(h)$, $m=\gamma(g)$, $n=\gamma(f)$. Les éléments m, mn et pmn sont dans $K\cap\gamma(F)$ et ils engendrent tous un idéal contenu dans K et rencontrant $\gamma(F)$, qui est donc égal à K. Or, dans un monoïde fini, deux éléments qui engendrent le même idéal sont dans la même $\mathscr{D}$-classe, où $\mathscr{D}$ est la relation de Green $\mathscr{D}=\mathscr{R}\, v\, \mathscr{L}$(on se reportera à [2] ou [4] pour les notions de monoïdes que nous utilisons).

Posons $q=mn$ et montrons que qp a une puissance idempotente. Comme s est formellement récurrente et que $hgf\in F$, il existe $u, v\in A^*$ tels que $hgfuhgfvhgf\in F$; on a donc $gfuh$, $gfvh\in F\cap\gamma^{-1}(K)$, ce qui implique que leurs images par γ, soient $q\gamma(u)p$, $q\gamma(v)p$ sont dans la $\mathscr{H}$-classe de qp ainsi que leur produit. Cela implique que la $\mathscr{H}$-classe de qp est un groupe et donc que qp a une puissance idempotente, soit e.

On a alors $q=eq=eqpq$; il existe de plus un $r\in M$ tel que $m=qr$ car m et q sont dans la même $\mathscr{R}$-classe. On en déduit:

$$m=qr=eqpqr=eqpm$$

et ce dernier élément est dans $\gamma(X^*)$ car $e, q, pm\in\gamma(X^*)$.

Ainsi $s_i^{j-1}=g\in X^*$, ce qui entraîne, comme X est un code, que $i\in I_2$ et achève la preuve du théorème. ■

Remerciements. Deux versions préliminaires successives de cet article ont été présentées à des colloques 8th Prague Conference on Information Theory (1978) et Colloque AFCET-SMF de Mathématiques Appliquées (1978) sous la signature des deux auteurs et celle de M.P. Schützenberger, auquel les auteurs doivent la plus vive reconnaissance.

Nous remercions aussi F. Ledrappier qui a contribué à simplifier la preuve du résultat principal, G. Hansel qui a fait de nombreuses suggestions judicieuses sur la présentation de cet article et le rapporteur qui nous a signalé de nombreuses imprécisions.

Références

1. Billingsley, P.: Ergodic Theory and Information. New York: Wiley 1965
2. Clifford, A.H., Preston, G.B.: The Algebraic Theory of Semigroups. Vol. 1. Providence, R.I.: Amer. Math. Soc. 1961
3. Eilenberg, S.: Automata, Languages and Machines, Vol. A. London: Academic Press 1974
4. Lallement, G.: Semigroups and Combinatorial Applications. New York: Wiley, 1979
5. Parry, W.: Entropy and Generators in Ergodic Theory. New York: Benjamin 1969
6. Weiss, B.: Subshifts of Finite Type and Sofic Systems. Monatsh. Math. **77**, 462–474 (1973)

Reçu le 18 Octobre 1979