Imre Tóths Phänomenologie des geometrischen Geistes in der voreuklidischen Geometrie

Heike Sefrin-Weis

Imre Tóth 2010: *Fragmente und Spuren nichteuklidischer Geometrie bei Aristoteles*.[= Beiträge zur Altertumskunde, 280] Berlin: De Gruyter, geb., 425 S., 119,95 €, ISBN-13: 978-3-11022-415-3.

Imre Tóth, Querdenker, *enfant terrible* der Wissenschaftsgeschichte, ist vor knapp drei Jahren verstorben. Er hatte immer wieder Kontroversen entfacht durch originelle und provokante Beiträge, die gegen den allgemeinen Trend und auch gegen den Strich gingen. Besonders bekannt ist er für seine wissenschaftsgeschichtliche Rekonstruktion des Horizonts der griechischen Geometrie vor Euklid. Das vorliegende Buch, eine Zusammenschau von Betrachtungen zu Spuren nichteuklidischer Geometrie in der Zeit vor Euklid, die im Laufe vieler Jahre entstanden sind, ist posthum erschienen. Es handelt sich um eine Retrospektive, um den Versuch, eine Totale von bereits anderswo vorgelegten Gedanken zu bieten. Das Buch enthält im Wesentlichen denn auch kaum neue Resultate und nur wenig neue Argumente. Es ist darauf angelegt, als Gesamtbild, durch seine Geschlossenheit, zu überzeugen. Und es lädt dazu ein, Tóths Perspektive und Methode auf der Meta-Ebene zu reflektieren. Mit den Jahren hat sich Tóths Position mehr und mehr als dezidierte Implementierung einer Hegelschen Geschichtsauffassung entfaltet.¹ Letztlich ist es auch dies, was sein eigentliches Vermächtnis ausmacht. Man kann das vorliegende Buch als ein exemplarisches Plädoyer für Tóths grundsätzlichen Ansatz zur wissenschaftlichen Geschichtsschreibung lesen. Aus diesem Grund ist es auch über die antike Mathematikgeschichte hinaus von großem Interesse – unabhängig davon, ob man sich Tóths Schlussfolgerungen im Detail anschließen möchte. Eine Auseinandersetzung mit Tóths Methode und Perspektive wäre nämlich für die Wissenschaftsgeschichte ein Gewinn, und

darum ist eine kritische Lektüre des Buches durchaus empfehlenswert. Das Buch könnte zur Methodendiskussion in der wissenschaftsgeschichtlichen Forschung beitragen. Es ist in gewissem Sinne programmatisch. Vielleicht sollte man sich das vor Augen halten. Denn was die konstruktive Auseinandersetzung mit Tóth leider erschwert ist die Tatsache, dass er über weite Strecken keine Selbstreflexion und auch kaum Raum für Kritik und Korrektive zulässt. Unbeirrbar, unbeeindruckt von durchaus plausiblen Gegenargumenten, von anderen Deutungsmöglichkeiten in der einschlägigen Forschungsliteratur, und manchmal, möchte man beinahe sagen, auch vom griechischen Lexikon, entwirft er seine Rekonstruktionen oft gewagt in großer Linie und verfolgt sie sozusagen einspurig bis ins kleinste Detail. Er fügt regelmässig Ausdeutungen an, die so stark von Hegel'schen Fundamentalaussetzungen (über Metaphysik, Ontologie, Geist, Dialektik, und Geschichte) und von hegelianischem Jargon geprägt ist, dass man sich dem Eindruck nicht entziehen kann, hier werde Ideologie betrieben. Recht deutlich kann man dies zum Beispiel an Tóths Zusammenfassung seiner Ergebnisse des ersten Teils (S. 112–114) sehen, der sich gut als Illustration von Tóths Implementierung eines Hegelianischen Deutungsrahmens für Geschichte eignet. Dort zeichnet er die Entwicklung zum Euklidischen Parallelenpostulat als einen dialektischen Prozess nach. Aus dem wiederholten Scheitern des Versuchs, die ‚Gegenthese‘ zu widerlegen, habe sich das Bewusstsein entwickelt, dass sowohl These als auch Gegenthese unbeweisbar und unwiderlegbar seien, und dass die freie Wahl einer *arche* erforderlich sei. Die Einführung des Parallelenpostulats bei Euklid erklärt er als ein epochales Ereignis, ein Ereignis überdies, das zur „Phänomenologie des geometrischen Geistes“ gehört. Die Entwicklungslinie verweise auf eine „Umwälzung“ im „transzendenten Bereich des geometrischen Bewusstseins“. Mit Euklid sei das „passende euklidische Selbstbewusstsein des geometrischen Geistes entstanden“. Das „An-sich-Euklidische“ sei dadurch „für sich euklidisch“ geworden, und dieser Bewusstseinszustand schliesse die „Präsenz seiner Negation“ (alle Zitate S. 114) ein. Für Nicht-Parteigänger ist es zuweilen schwer, sich auf solche Gedankengänge einzulassen, wenn schon die Endergebnisse für viele Leser so einfach nicht akzeptabel sein werden. Das Abwägen verschiedener Möglichkeiten gegeneinander, die produktive kritische Beleuchtung, wird aber in der Rezeption und Diskussion von Tóths Überlegungen durch andere erfolgen müssen, weil er selbst nur seine eigene Perspektive berücksichtigt hat. Das vorliegende Buch enthält eine Fülle interessanter Gedanken, aber auch Vieles, was zum Widerspruch oder zur genaueren Analyse reizt. In einer Buchbesprechung kann eine solche Auseinandersetzung nicht geführt werden. Im folgenden werde ich daher lediglich summarisch auf einige Kapitel hinweisen, deren Lektüre meiner Meinung nach besonders geeignet ist, Tóths Methode an Material nachzuvollziehen, das auch die Stärken seines Ansatzes zur Geltung bringt.

Das Buch enthält zwei Teile. Der erste Teil besteht aus sechs Kapiteln (S. 21–114) und stellt im Wesentlichen eine Aufarbeitung eines Beitrags von 1968 zur Genese des Euklidischen Parallelenpostulats dar. Ausgangspunkt ist eine Passage aus *Analytica Priora* II, 16. Aristoteles referiert auf einen Zirkelschluss in einem Beweisversuch hinsichtlich „der Parallelen“. Es handelt sich um einen kurzen, kryptischen Hinweis. Offensichtlich ging Aristoteles davon aus, dass seine Zuhörer den Hinweis verstehen und in einen Kontext einbetten konnten. Tóth nimmt diese Beobachtung berechtigterweise zum Anlass, nach einem Hintergrund für eine substantielle Diskussion des Parallelenpostulats in der Zeit vor Euklid zu suchen. Leider gibt es keine voreuklidischen Quellen. Daher unterzieht Tóth Euklids *Elemente* I, besonders I, 27–32 einer Analyse, insbesondere im Hinblick auf Architektur und Argumentationsstruktur. Ferner bringt er sowohl die Narrative als auch die Begrifflichkeiten der Entstehungsgeschichte der nichteuklidischen Geometrie im 18./19. Jahrhundert ins Spiel. Dies erlaubt ihm die Etablierung eines zunächst spekulativen Deutungsrahmens. Er erweist sich als fruchtbar unter anderem auch deshalb, weil die Protagonisten der modernen Entwicklungslinie auf die nichteuklidische Geometrie hin sich ebenfalls mit Euklids *Elementen* und ihrer Struktur, insbesondere mit dem Parallelenpostulat beziehungsweise seiner Beweisbarkeit auseinandergesetzt haben. Ferner sind strukturelle und architektonische Merkmale in hohem Masse stabil und nicht so stark zeit- und kontextgebunden wie viele andere Phänomene (zum Beispiel Wortbedeutungen). Es entsteht jedenfalls ein lebendiges Bild vom möglichen ‚Gehalt‘, vom geistigen Horizont, in dem sich die Vorüberlegungen, die in Euklids *Elemente* I eingegangen sind, bewegt haben mögen. Dieser Möglichkeitshorizont ist sicherlich nützlich für alle, die sich mit der Rekonstruktion der voreuklidischen Diskussion befassen. Ohne Zweifel kann er die Deutung und Einbettung spärlicher voreuklidischer Bemerkungen erleichtern – wenn man vorsichtig vorgeht. Vielleicht wird mancher Leser bereits Bedenken gegen die (anachronistische?) Anwendung von Begrifflichkeiten wie zum Beispiel die Saccheris aus dem 18. Jahrhundert zur Beschreibung und Auswertung von Beobachtungen in Euklids Text haben. Kann man eine solche Vorgehensweise historisch nennen? Und falls ja, in welchem Sinn? Am besten sind diese Fragen zu beantworten, indem man Tóths Gedankengang kritisch nachvollzieht. Zunächst geht es um eine spekulative Rekonstruktion von Euklid sowie um eine Interpretation von Beobachtungen in Euklids Text als mögliche Spuren von Diskussionen, die vor Euklid stattgefunden haben mögen. Eine weitere Frage ist dann, ob und inwieweit man Einzelheiten des so gewonnenen Gesamteindrucks Euklids Vorgängern explizit zuschreiben kann. In welchem Sinn gewinnt man so Einblick in die Gedankenwelt der Mathematiker vor Euklid? Kann man zum Beispiel wirklich auf die Existenz konkreter Ketten von Theoremen zur nichteuklidischen Geometrie in Platons Akademie schließen? Ich muss gestehen, dass ich hier sehr skeptisch bin. Meiner Meinung nach ist

eine solche Retro-jektion nicht nur historisch ungerechtfertigt, sondern auch unnötig. Man braucht aber nicht Tóths Schema von einer „Phänomenologie des geometrischen Geistes“ (S. 114) zu akzeptieren, um aus seiner Beleuchtung des Euklid-Materials mithilfe der späteren Entwicklung im 19. Jahrhundert wertvolle Einsicht gewinnen zu können. Denn der rekonstruierte mathematische Möglichkeitshorizont ist an sich schon historisch relevant und sinngebend, auch wenn man davon absieht, konkrete Forschungsprojekte und explizite, aber nicht belegte, Forschungsergebnisse zu postulieren. Meiner Meinung nach ist dieser erste Teil des Buches gut geeignet, um Tóths Ansatz kennenzulernen und sich ein Bild zu machen, wie weit man von einem solchen Ansatz für die wissenschaftshistorische Arbeit profitieren kann und wo man vielleicht die Grenze ziehen möchte.

Der zweite Teil des Buches umfasst fünf Kapitel, von denen das vierte (S. 257–322) vielleicht das interessanteste ist. Es handelt sich zunächst um eine Ausdeutung einer Stelle aus *De Caelo* I, 12, ein mathematisches Beispiel für etwas, das „aus einer Hypothese heraus unmöglich“ ist. Erneut ist Aristoteles' Hinweis knapp und elliptisch formuliert. Es liegt jedoch ein grammatisch vollständiger Satz, nicht nur eine Satzphrase, vor. Tóth liest diesen Satz als eine unpräzise Anspielung auf ein bestimmtes Theorem der nichteuklidischen Geometrie. Diese Ausdeutung wird wiederum ausgeweitet zu einer spekulativen Rekonstruktion des Beweises für dieses Theorem. Sie dient schließlich als Beleg für den erstaunlich umfangreichen Fundus nichteuklidischer Ergebnisse und das hohe Niveau der Bemühungen um Axiomatisierung im Umfeld der Platonischen Akademie.

Auch in diesem Kapitel werden die Stärken und Schwächen, sowie die Grenzen von Tóths Zugangsweise deutlich. Tóths Übersetzung der Aristoteles-Stelle in *De Caelo* I, 12 ist möglich, aber nicht die einzig mögliche. Es ist auch nicht wirklich die naheliegendste. Er versucht, durch philologische und textkritische Betrachtungen Eindeutigkeit zu erzwingen, um so die alleinige Richtigkeit seiner Lesart zu beweisen. Das ist verständlich, denn am expliziten nichteuklidischen Gehalt dieses Satzes hängt für Tóth sehr viel. Aus philologischer Sicht muss man aber sagen, dass seine Argumente hier misslingen. Besonders bedauerlich ist daneben Tóths Unwilligkeit, stichhaltige Alternativen wirklich ernsthaft zu erwägen, auch sein bisweilen unerfreulicher, ja unprofessioneller Umgang mit Kritikern.

Wenn man allerdings Tóths Deutung der Stelle zumindest einmal als Möglichkeit stehen lässt, dann bietet sich in der Tat Raum für interessante theoretisch-spekulative Überlegungen. Nach Tóths Interpretation referiert Aristoteles nämlich auf die folgende Aussage als rein hypothetische Annahme: ‚dass die Winkelsumme im Dreieck nicht gleich zwei rechten Winkeln sein kann‘, und ferner darauf, dass daraus die ‚Folgerung gezogen werden kann, dass die Diagonale im Quadrat kommensurabel ist‘. Sowohl die Hypothese als auch die Folgerung daraus sind verblüffend, denn die Winkelsumme von zwei

Rechten im Dreieck und die Inkommensurabilität der Diagonale werden von Aristoteles oft als Standardbeispiele für notwendige und apodiktisch richtige geometrische Aussagen angeführt. Nun plötzlich wird das Gegenteil behauptet, als explizite Hypothese und Folgerung. Da liegt es nahe, anzunehmen, ein Mathematiker aus dem Umkreis von Aristoteles könnte versucht haben, die Verneinung des Winkelsummensatzes (äquivalent zum Parallelpostulat) explizit als mathematische Hypothese zu postulieren und zu versuchen, Folgerungen daraus abzuleiten. Damit hätte man einen Hinweis auf das tatsächliche Vorhandensein eines meta-theoretischen Forschungsprojekts unter den Mathematikern der voreuklidischen Zeit. Tóth geht davon aus, dass dies tatsächlich stattgefunden hat und dass dabei sogar Wissen von einer nichteuklidischen Geometrie entstanden sei. Er rekonstruiert sogar einen Beweis für das (nach seiner Ansicht) im Aristoteles-Text enthaltene Theorem sowie einen meta-wissenschaftlichen Kontext dafür in der Platonischen Akademie. Ähnlich wie im ersten Teil faltet Tóth zunächst einen Deutungsrahmen und eine mögliche Rekonstruktion des so entdeckten Theorems aus. Man kann diesem Gedankengang mit Gewinn folgen, auch wenn man weder Tóths Übersetzung noch seine These, dass es sich um ein explizit bekanntes Theorem handelt, übernimmt. Die Rekonstruktion eines mathematischen und metamathematischen Möglichkeitshorizonts ist durchaus hilfreich. Auch ein wohlwollender Leser könnte aber durchaus Zweifel haben, ob die dezidierte und detaillierte Retrojektion eines auf diese Weise spekulativ konstruierten Gedankengangs auf die Mathematiker des vierten Jahrhunderts in Athen historisch erhellend ist. Nun, das sind Einwände, die schon gegen die ursprüngliche Version von Tóths Interpretation der Stelle (ebenfalls 1968, wie Teil 1) wiederholt und von verschiedener Seite vorgebracht worden sind. Tóth hat in dieser neuen Version versucht, den Einwänden gegen seine Übersetzung und auch gegen seine Rekonstruktion zu begegnen. Damit liefert dieses Kapitel nicht nur eine Einsicht in Tóths generelle Methode, sondern auch in seine Argumentationsstrategie bei der Auseinandersetzung mit Kritik. Aus diesem Grund ist auch dieses Kapitel eine durchaus lohnende Lektüre.

Insgesamt ist zu konstatieren, dass das vorliegende Buch, wie eigentlich alle Veröffentlichungen von Imre Tóth, stark polarisiert. Viele werden es rundum ablehnen, während andere, wie beispielsweise der Verfasser des Vorworts, der Philosoph Vittorio Hösle, es für einen der wichtigsten Beiträge zur Geschichte der griechischen Mathematik in den letzten 50 Jahren halten. Es hat in der Tat eklatante Schwächen, enthält aber auch viele faszinierende und provokante Thesen. Vor allem aber ist es ein Versuch, Tóths grundsätzlichen Ansatz zur Rekonstruktion der Geschichte der Mathematik vor Euklid durch eine Zusammenschau von Ergebnissen aus vielen Jahren Forschungsarbeit plausibel zu machen. Es verdient Beachtung vor allem aus methodologischer Sicht.

Anmerkungen

- 1 Sehr deutlich erkennbar ist dies etwa bei Tóths Interview mit Gaspare Polizzi von 2009, insbesondere auf S. 43–51, 64–68, 76–78. Tóth, Imre 2009. “Deus fons veritatis”: the subject and its freedom. The ontic foundation of mathematical truth. A biographical-theoretical interview with Gaspare Polizzi. *Iris*, 1, 2009, 29–80.

Heike Sefrin-Weis
Philosophy Department
University of South Carolina
Columbia
SC USA
E-Mail: SEFRINWE@mailbox.sc.edu