RECTIFICATION A UN EXPOSE ANTERIEUR (P.A. Meyer)

Dans le Séminaire XVI, supplément (LN 921), p. 153, le haut de la page (<< cas brownien >>) est complètement faux : on utilise un lemme d'Emery en oubliant que dans ce lemme figure une hypothèse $F(0)=0$ qui n'est pas satisfaite ici, et on arrive à des conclusions absurdes : la solution de toute équation différentielle lipschitzienne issue de $x=0$ est identiquement nulle (formules (5) et (6)). Certainement, cela simplifie beaucoup la théorie de la variation des solutions...

Le résultat que l'on cherche à établir est en fait le suivant : soit une équation différentielle lipschitzienne $Y_t = x + \int_0^t a(X_s) dZ_s$, ou la semi-martingale continue Z satisfait à une condition de Lipschitz dans H^∞ (<< cas brownien >>) : pour $0 \leq u \leq v$

$$\|Z^v - Z^u\|_{H^\infty} \leq \theta |v-u|^{(\bar{1})} \quad (Z^v, \text{ arrêtée de } Z \text{ à } v)$$

Alors pour tout p ($1 \leq p < \infty$) on a une inégalité de la forme

$$\|\sup_{s \leq t} |Y_s - x|\|_{L^p} \leq \frac{|a(x)|}{K} (e^{cK\theta t} - 1)$$

où K est la constante de Lipschitz de la fonction a , et c ne dépend que de l'exposant p et de la dimension des espaces où varient Y, Z .

Cette inégalité peut très bien se déduire des lemmes d'Emery, mais il s'agit en fait d'un << lemme de Gronwall stochastique >> d'un type très courant, qu'il semble inutile de démontrer ici.

1. Cela veut dire simplement que $Z=M+A$, les mesures $d\langle M^i, M^i \rangle_t$ et dA_t^i ayant des densités uniformément bornées.