ENCORE UNE REMARQUE SUR LA << FORMULE DE BALAYAGE >>
par C. Stricker

Cette note est un complément à l'exposé Sur une formule de la théorie du balayage de ce volume, par Meyer, Stricker et Yor, auquel nous renvoyons pour les notations et définitions principales. On suppose dans cet exposé que la semimartingale Y et l'ensemble aléatoire $\mathbf{H}$ sont liés par la propriété

$$Y_{D_t} = 0 \text{ pour tout } t$$

Nous voudrions montrer ici que les conclusions de l'exposé restent vraies sous une condition un peu plus faible : en tout instant de la forme D_t , ou bien $Y_{D_t} = 0$, ou bien Y traverse 0 (i.e., Y présente un saut tel que $Y_{D_t} Y_{D_t-} \leq 0$)^t.

Pour établir cela, nous remarquons d'abord qu'en tout point de $\mathbf{H}$ non isolé à droite, on a $Y=0$. Donc les points de $\mathbf{H}$ où Y ne s'annule pas sont des extrémités gauches d'intervalles contigus à $\mathbf{H}$. Ceux d'entre eux qui sont de la forme D_t sont donc des points isolés de $\mathbf{H}$. Nous pouvons les énumérer au moyen d'une suite (T_n) de temps d'arrêt à graphes disjoints. Posons alors

$$U = \sum_n Y_{T_n} I_{[T_n, D_{T_n}[}$$

Le processus U est à variation finie, avec

$$\int_0^\infty |dU_s| \leq 2 \sum_s (I_{\{Y_{s-} \leq 0\}} Y_s^+ + I_{\{Y_{s-} \geq 0\}} Y_s^-)$$

il est adapté, continu à droite, et la semimartingale $Y'=Y-U$ est telle que $Y'_{D_t} = 0$ pour tout t . Si K est un processus progressif borné, le processus $(K_{\tau_t} Y'_t) = (K_{\ell_t} Y'_t)$ est donc une semimartingale. D'autre part, le processus $(K_{\ell_t} U_t)$ est à variation finie : il faut prendre ici ℓ_t et non τ_t pour obtenir la continuité à droite. Par addition, on voit que $(K_{\ell_t} Y_t)$ est une semimartingale.