Faktorisierung von Differentialoperatoren.

Hermann Dinges

Wenn eine positive Matrix $P(i,j)$ kleine Elemente hat, im Sinne $\sum_j P(i,j) < 1$ für jedes i , dann kann $I - P$ faktorisiert werden in eine untere und eine obere Dreiecksmatrix:

$$I - P = (I - P^-) (I - P^+).$$

Wenn die Indexmenge ein minimales Element hat, kann die Faktorisierung durch iterierte elementare Matrixtransformationen bestimmt werden. Wenn in der Indexmenge eine beliebige Ordnung erklärt ist, wird P^- und P^+ mit Hilfe des durch P bestimmten Markoffprozesses konstruiert. Die Faktorisierung ist eindeutig bestimmt.

Ist A der infinitesimale Operator einer Diffusion mit genügend regulären Koeffizienten, dann führt eine ähnliche Überlegung auf die Faktorisierung

$$A = (A^+ + C) A^+$$

wo $A^+(f) \cdot (x)$ nicht von den Werten $f(y)$ für y mit erster Koordinate größer als erster Koordinate von x abhängt. C ist ein Differentialoperator erster Ordnung. Die Frage des Bereiches von A^+ ist noch ungeklärt.