qua col permanganato di potassa, di cui si è determinato il titolo con un peso noto di rame puro e trattato collo stesso metodo.

ERRATA - CORRIGE

all' Estratto inserito nel T. VI. p. 221.

Benchè troppo tardi, non vogliamo lasciare senza correzione un grave errore trascorso inavvertitamente in un estratto della Memoria di FAVRE, inserito nel fascicolo di Agosto e Settembre dell'anno scorso 1857, a pagina 221 del T. VI dove si legge :

1°. Che una corrente elettrica, allorchè è impiegata a produrre una certa quantità di lavoro meccanico, si consuma, non è più sensibile, si trasforma in una certa quantità del calore svolto dall'azione chimica che genera quella corrente;

Si deve leggere:

1°. Che, allorchè una corrente elettrica è impiegata a produrre una certa quantità di lavoro meccanico, si consuma, non è più sensibile, si trasforma una certa quantità del calore svolto dall'azione chimica che genera quella corrente.

C.

(*Segue la continuazione dell'articolo — Nuova Teoria degli Stromenti Ottici — del Prof. O. F. Mossotti*).

2.

Equazioni generali da soddisfarsi per elidere gli effetti delle aberrazioni.

Richiamate le due prime equazioni del Capitolo I, Parte II, dinotiamo con R il valore comune dei loro tre membri, e sostituendo in essi per x_n, y_n, z_n e $\cos X_n \cos Z_n$ le loro espressioni, date dalle formole (6) del Capitolo II, Parte I, e dalle (12) del Capitolo III, eguagliamo ciascun membro al rapporto medesimo, avremo le tre equazioni

$$(1) \quad \begin{cases} x = H_n \alpha_n + R \cos X_n, \\ y = \left(Q_{2n-2}^{(1)} + v_n R Q_{2n-1}^{(1)} \right) y_1 - \frac{1}{v_0 \Delta_0} \left(P_{2n-2}^{(2)} + v_n R P_{2n-1}^{(2)} \right) y_0, \\ z = \left(Q_{2n-2}^{(1)} + v_n R Q_{2n-1}^{(1)} \right) z_1 - \frac{1}{v_0 \Delta_0} \left(P_{2n-2}^{(2)} + v_n R P_{2n-1}^{(2)} \right) z_0. \end{cases}$$

Concepiamo il valore di R diviso in due parti, la prima delle quali sia la distanza coniugata,

$$(2) \quad \Delta = - \frac{1}{v_n} \frac{Q_{2n-2}^{(1)}}{Q_{2n-1}^{(1)}},$$

data dall'equazione (5) del Capitolo I, Parte II, e calcolata facendo uso dei valori di $Q_{2n-1}^{(1)}$ e $Q_{2n-2}^{(1)}$ corrispondenti alla prima approssimazione, e la seconda sia denotata da $\delta \Delta$, così che si abbia

$$R = \Delta + \delta \Delta,$$

la variazione $\delta \Delta$ essendo dell'ordine delle quantità trascurate, vale a dire del second'ordine.

Ciò posto sostituiamo questo valore di R nella prima delle equazioni (1), e prendiamo x in modo che sia

$$(3) \quad x = H_n + \Delta,$$

in tal caso bisognerà, acciò la medesima sia soddisfatta, che rimanga

$$(4) \quad \delta \Delta = H_n (1 - \alpha_n) + \Delta (1 - \cos X_n),$$

trascurando le quantità di quart'ordine.

Ritenendo che tutte le quantità le P , Q , $v_0 \Delta_0$ e $v_n \Delta$ conservino i valori della prima approssimazione, e dinotando con δP , δQ , $\delta(v_n \Delta)$ e $\delta(v_0 \Delta_0)$ le variazioni delle medesime, allorchè si tien conto nelle loro espressioni anche dei termini di second'ordine, si troverà che le due ultime delle tre equazioni (1) si ridurranno ancora, come nella prima approssimazione, ad

$$(5) \quad y = \frac{1}{v_0 Q_{2n-1}^{(1)}} \frac{y_0}{\Delta_0}, \quad z = \frac{1}{v_0 Q_{2n-1}^{(1)}} \frac{z_0}{\Delta_0},$$

purchè si prenda

$$(6) \quad \left\{ \begin{aligned} & \delta P_{2n-2}^{(1)} + v_n \Delta \delta P_{2n-1}^{(1)} + P_{2n-1}^{(1)} \delta(v_n \Delta) = 0, \\ & \frac{1}{v_0 \Delta_0} \left\{ \delta P_{2n-2}^{(2)} + v_n \Delta \delta P_{2n-1}^{(2)} + P_{2n-1}^{(2)} \delta(v_n \Delta) - \left(P_{2n-2}^{(2)} + v_n \Delta P_{2n-1}^{(2)} \right) \frac{\delta(v_0 \Delta_0)}{v_0 \Delta_0} \right\} = 0; \end{aligned} \right.$$

e si noti che, sostituendo nella variazione

$$(7) \quad \delta Q_{2n-2}^{(1)} + v_n \Delta \delta Q_{2n-1}^{(1)} + Q_{2n-1}^{(1)} \delta(v_n \Delta)$$

le espressioni delle Q , forniteci dalle (11) del Capitolo III, Parte I, essa si riduce al primo membro della prima delle precedenti equazioni (6), in virtù della seconda delle medesime.

Al proposito di queste equazioni vi è un' importante osservazione a fare. Se si suppone che la seconda delle (6) non sia verificata, per non essere nullo il suo fattore racchiuso fra parentesi, la riduzione, testè fatta, della variazione (7) al primo membro della prima delle (6) sussisterebbe tuttavia pei telescopj; perchè questi essendo destinati ad osservare oggetti lontani, si potrebbe considerare per approssimazione $\Delta_0 = \infty$, e la parte di detta variazione soppressa precedentemente, svanirebbe ancora in questo secondo caso, in virtù del divisore Δ_0 . Ciò ci prova che, pei telescopj, la verificazione della prima delle (6) basta a rendere costante il coefficiente delle coordinate y_1 e z_1 nelle equazioni (1), e quindi ad assicurare l'esistenza dei fuochi conjugati forniteci di posizione dalle (3) e (5). Non così avverrebbe pei microscopj destinati ad osservare oggetti vicini; per questi, la piccolezza del divisore Δ_0 farebbe anzi aumentare l'influenza della quantità variabile compresa fra le parentesi nella seconda delle equazioni (6), per rendere sempre più tale anche il coefficiente delle coordinate y_1 e z_1 nelle equazioni (1), di modo che i raggi partiti da un punto dell'oggetto e caduti sui varii punti dell'obbiettivo, non concorrendo più in uno stesso luogo, i fuochi conjugati verrebbero a mancare, e con essi la distinzione dell'immagine.

La seconda delle equazioni (6), presa isolatamente, è richiesta dalla similitudine dell'immagine coll'oggetto, ed acciò questa sussista, deve essere verificata tanto pei telescopj, quanto pei microscopj. Se il fattore compreso fra le parentesi avesse un valore, questo essendo variabile produrrebbe su quelli delle coordinate y e z del fuoco conjugato date dalle (5), una variazione, che sarebbe crescente coi rapporti $\frac{y_0}{\Delta_0}$ e $\frac{z_0}{\Delta_0}$. vale a dire, colle proiezioni della distanza angolare a cui starebbe il punto radiante dall'asse centrale dello stromento.

Ritornando alle riduzioni delle (6), osserviamo che si ha

$$\delta(v_n \Delta) = v_n \delta \Delta + \Delta \delta v_n,$$

quindi eliminando dalle dette equazioni il valore di Δ colla (2), e riducendo l'ultimo termine della seconda, col mezzo della (2) del Capitolo I, Parte II, diamo alle medesime la forma

$$(8) \left\{ \begin{aligned} Q_{2n-1}^{(1)} \delta P_{2n-2}^{(1)} - Q_{2n-2}^{(1)} \delta P_{2n-1}^{(1)} + P_{2n-1}^{(1)} \left(v_n Q_{2n-1}^{(1)} \delta \Delta - Q_{2n-2}^{(1)} \frac{\delta v_n}{v_n} \right) &= 0 \\ Q_{2n-1}^{(1)} \delta P_{2n-2}^{(2)} - Q_{2n-2}^{(1)} \delta P_{2n-1}^{(2)} + P_{2n-1}^{(2)} \left(v_n Q_{2n-1}^{(1)} \delta \Delta - Q_{2n-2}^{(1)} \frac{\delta v_n}{v_n} \right) + \frac{\delta(v_0 \Delta_0)}{v_0 \Delta_0} &= 0. \end{aligned} \right.$$

Se potremo soddisfare a queste due equazioni, qualunque sia il punto raggiante dell'oggetto, qualunque sia il punto dell'obiettivo su cui incida il raggio del pennello luminoso, e qualunque siano le lunghezze delle ondulazioni del raggio medesimo, anche le equazioni (2) e (5) saranno verificate: e siccome dalla sussistenza di queste dipende l'esistenza dei fuochi coniugati, elemento fondamentale di tutte le proprietà degli stromenti ottici, notate nella Parte precedente, così tali proprietà saranno pure conservate a quegli stromenti, che saranno costrutti nelle condizioni volute dalla verificazione delle precedenti (8).

3.

Distinzione delle variabili indipendenti, rispetto a ciascuna delle quali le premesse equazioni devono essere soddisfatte.

Già abbiamo notato che le supposizioni fatte per conseguire le equazioni fondamentali, rappresentanti gli effetti degli stromenti ottici nella prima approssimazione, consistono nell'aver ridotto all'unità i valori di $\cos X_n$ e dei coefficienti $\alpha_v, \beta_{v-1}, \gamma_v$, e dall'aver considerato le velocità v_v di propagazione della luce indipendenti dalle lunghezze d'ondulazione dei raggi di diverso colore da cui è composta. Se, per introdurre i valori completi delle dette quantità, portiamo lo sguardo sulle loro espressioni segnate (2), (6), (8) ed (11) nel Capitolo II, Parte I, si vede che i termini trascurati contengono tutti per fattore una delle due somme

$$y^2_v + z^2_v, \quad \cos^2 Y_v + \cos^2 Z_v,$$

l'indice v corrispondendo a quello d'una superficie qualunque.

Ora è chiaro che queste somme, essendo del second'ordine di grandezza, potranno essere calcolate facendo uso dei valori di $y_0, z_0, \cos Y_0, \cos Z_0$, che ci sono dati dalle formole (12) del Capitolo III, Parte I, nelle quali P_1, Q_1, v_0 e Δ_0 sieno considerate costanti come nella prima approssimazione che non si verranno a trascurare in esse se non delle quantità del quart'ordine. Se s'immagina soltanto d'aver fatto la sostituzione dei detti valori nei termini omissi nelle espressioni di $\cos X_0, \alpha_0, \beta_{0-1}, \gamma_0$, si rileva facilmente, anche senza eseguire il calcolo, che i risultati saranno formati di termini, che conterranno tutti una delle tre quantità

$$y_i^2 + z_i^2, \quad y_i y_0 + z_i z_0, \quad y_0^2 + z_0^2,$$

moltiplicate per coefficienti, che si potranno riguardare come costanti.

Per omogeneità e semplicità di formole poniamo

$$(9) \quad \xi = \frac{y_i^2 + z_i^2}{\rho_i^2}, \quad \varepsilon = \frac{y_i y_0 + z_i z_0}{\rho_i H_0}, \quad \zeta = \frac{y_0^2 + z_0^2}{H_0^2} :$$

dove H_0 denota la distanza del punto raggiante dal centro di figura della superficie obbiettiva. I valori di queste tre variabili saranno dipendenti dalla direzione del punto raggiante dell'oggetto, e dalla situazione del punto d'incidenza del raggio luminoso sulla superficie obbiettiva, ed, essendo di second'ordine, potremo trascurare le loro potenze ed i loro prodotti nel calcolare le variazioni delle funzioni P, Q, Δ_0 , e Δ .

Rispetto alle variazioni delle velocità v_j rammenteremo, che i valori inversi di queste velocità sono proporzionali a quelli, che gli ottici chiamano gli indici di rifrazione, i quali, essendo variabili colle varie lunghezze delle ondulazioni dei raggi luminosi, si connettono, come è noto, al fenomeno della dispersione. In una comunicazione fatta al Congresso scientifico di Firenze, nell'anno 1841, partendo dalle idee sulla costituzione dei corpi, che aveva pubblicato cinqu'anni prima, giusta le quali è duopo ammettere che i corpi formano un tutto composto d'etere e di molecole ponderabili, in cui queste sono circonda-

te da atmosfere eterree d'una densità grandissima in confronto di quella dell'etere dello spazio, ma così rapidamente decrescente che, a distanze affatto insensibili dalle molecole, torna a confondersi con questa, ho esposto una spiegazione semplice e naturale della dispersione (*). Questa spiegazione si fonda sulle rapide alternative di densità dell'etere nei corpi ponderabili, provenienti dall'esistenza delle dette atmosfere, le quali fanno sì che le velocità di propagazione delle onde luminose non solo sono tutte ritardate, ma lo sono tanto più quanto le onde sono più corte. La formola che somministra la meccanica razionale pel calcolo di questa diminuzione è data, per una prima approssimazione, da

$$\frac{1}{v} = a + b\left(\frac{\lambda_0}{\lambda}\right)^2,$$

e spingendo più oltre le approssimazioni, da una serie della forma

$$\frac{1}{v} = a + b\left(\frac{\lambda_0}{\lambda}\right)^2 + c\left(\frac{\lambda_0}{\lambda}\right)^4 + \text{ec.}, \quad (**)$$

nella quale λ_0 denota la lunghezza media delle ondulazioni dei vari raggi luminosi dello spettro, λ quella del raggio che si considera, ed a , b , c sono dei coefficienti costanti, i cui valori numerici non possono determinarsi, nello stato attuale del-

(*) *Giornale Toscano di Scienze Mediche, Fisiche e Naturali*. Tom. 1, num. 4, pag. 557, Pisa 1845. In quest'estratto ho fatto menzione dell'inerzia delle molecole materiali, che devono necessariamente risentirsi del disturbo d'equilibrio generale al passaggio delle onde. Se però si riflette che le vibrazioni luminose dell'etere sono tanto rapide, che se ne fanno per lo meno 480,000,000,000,000 per secondo, e che le masse degli atomi d'etere sono estremamente piccole comparativamente a quelle delle molecole ponderabili, ben s'intende, che queste parteciperanno scarsamente al movimento generale, ma non impediranno che esso si trasmetta, pel mezzo delle loro pressioni e velocità presso che virtuali, alle parti contigue.

(**) Vedasi la Memoria *Sulle proprietà delli spettri formati dai reticoli ed analisi della luce che somministrano*. Tom. 1 degli *Annali Universitarij*, Pisa 1846.

le nostre cognizioni, che sperimentalmente per ciascuna sostanza, osservando gli indici di rifrazione corrispondenti alle varie parti dello spettro formato dalla medesima. L'esperienza prova, giusta l'assunto della teoria, che i valori di b , c ec. sono piccoli e vanno diminuendo di grandezza, talchè, nella pluralità de' casi, basta tener conto del solo secondo termine, il quale contiene il quadrato del rapporto $\frac{\lambda_0}{\lambda}$, variabile a seconda delle diverse lunghezze λ delle ondulazioni dei varii raggi di cui si compone la luce.

Pel calcolo delle aberrazioni, giova di trasformare la formola precedente, ponendo

$$(10) \quad \left\{ \begin{array}{l} \theta = \frac{\lambda_0^2 - \lambda^2}{\lambda^2}, \\ a = a + b + c + \text{ec.}, \quad b = b + 2c + \text{ec.}, \quad c = c + \text{ec.}, \end{array} \right.$$

e prendendo

$$(14) \quad \frac{1}{v} = a + b\theta + c\theta^2 + \text{ec.}$$

considerare θ come la variabile indipendente. Basterà tener conto soltanto del primo e secondo termine di quest'espressione, quando non si aspiri a distruggere anche gli spettri detti secondarii.

Da quanto abbiamo ora esposto risulta, che passando a questa seconda approssimazione, potremo calcolare i valori di $\cos X_n$ e dei coefficienti α, β, γ e quindi quelli degli elementi p , dati dalle (6) e (6)' del Capitolo III, Parte I, sviluppando le loro espressioni per le potenze di ξ, ϵ, ζ e θ , e fermandoci alle prime potenze di queste variabili. Ottenuti tali valori, sarà facile d'avere le variazioni delle funzioni P , in cui gli elementi p entrano soltanto alla prima potenza, e di formare così le due equazioni generali (8), ognuna delle quali si spezzerà in quattro equazioni parziali, quante appunto sono le variabili indipendenti ch'esse racchiudono.

4.

Forma comune delle equazioni parziali in cui si spezzano
le equazioni generali (8).

Senza particularizzare quale delle dette quattro variabili vogliamo prendere in considerazione, possiamo determinare la forma che deve avere l'equazione parziale relativa ad una qualunque di esse, risultante dallo spezzamento delle (8). Per quest'oggetto denotiamo con ϕ una qualunque delle variabili ξ, ϵ, ζ e η , e quindi con $\frac{dp_i}{d\phi}$ il coefficiente differenziale della variazione dell'elemento p_i . Il termine che introdurrà la variazione di quest'elemento in quelle delle funzioni $P_{2n-2}^{(1)}, P_{2n-1}^{(1)}, P_{2n-2}^{(2)}, P_{2n-1}^{(2)}$ sarà rispettivamente espresso da

$$\frac{dP_{2n-2}^{(1)}}{dp_i} \frac{dp_i}{d\phi} \phi, \quad \frac{dP_{2n-1}^{(1)}}{dp_i} \frac{dp_i}{d\phi} \phi, \quad \frac{dP_{2n-2}^{(2)}}{dp_i} \frac{dp_i}{d\phi} \phi, \quad \frac{dP_{2n-1}^{(2)}}{dp_i} \frac{dp_i}{d\phi} \phi;$$

e dando ad i tutti i valori da $i=1$ sino ad $i=2n-1$, le variazioni δP saranno rispettivamente rappresentate da

$$\delta P_{2n-2}^{(1)} = \phi \sum_1^{2n-1} \frac{dP_{2n-2}^{(1)}}{dp_i} \frac{dp_i}{d\phi}, \quad \delta P_{2n-1}^{(1)} = \phi \sum_1^{2n-1} \frac{dP_{2n-1}^{(1)}}{dp_i} \frac{dp_i}{d\phi},$$

$$\delta P_{2n-2}^{(2)} = \phi \sum_1^{2n-1} \frac{dP_{2n-2}^{(2)}}{dp_i} \frac{dp_i}{d\phi}, \quad \delta P_{2n-1}^{(2)} = \phi \sum_1^{2n-1} \frac{dP_{2n-1}^{(2)}}{dp_i} \frac{dp_i}{d\phi}.$$

Sostituiamo questi valori nei due primi termini di ciascuna delle due equazioni (8), impieghiamo per le derivate delle P le loro espressioni, date dalle formole (8) del Capitolo IV, Parte I, e riduciamo colle formole (3)₂ dello stesso Capitolo; avremo