Leserforum

Correction note of E. Kremer: "Random coefficient autoregressive loss reserving". Blätter, Oktober 1993

When reading again quickly through the cited paper, the author noticed that two assumptions were written down a little bit too loosely. Now he means that it is more adequate to replace

(a) the former assumption (A.1) by the two new assumptions:

(A.0) r_{ij}, e_{ij} are independent of all $X_{l,j-1}, l \neq i$, for all $j=2, \dots, n, i=1, \dots, n$.

(A.1) $r_{ij}, e_{ij}, 1 \leq i$ are uncorrelated given the $X_{l,j-1}, 1 \leq i$, for all $j=2, \dots, n, i=1, \dots, n$.

(b) the former assumption (A.2) by the new assumption:

(A.2) $E(r_{ij} | X_{i,j-1}) = E(e_{ij} | X_{i,j-1}) = 0, j=2, \dots, n, i=1, \dots, n$.

The former assumption (A.3) can be left unchanged.

Wie robustifiziert man adäquat die Schadenreservierung?

E. Kremer (Hamburg)

Vor nicht allzu langer Zeit publizierte der Verfasser in den Blättern eine Arbeit, in der er angab, wie man die bekannten Credibility-Techniken der Risikotheorie robustifizieren kann (siehe Kremer (1991)). Einige Jahre vorher behandelte er bereits die Robustheit der bekannten (verallgemeinerten) Prämienprinzipien (siehe Kremer (1986)). Ein weiterer Bereich, in dem Robustheitsüberlegungen nötig sind, ist die sogenannte Schadenreservierung.

Seien $X_{ij}, i, j=1, \dots, n$ nichtnegative Zufallsvariable auf $(\Omega, \mathcal{A}, P)$, wobei X_{ij} den Gesamtschaden eines Kollektivs von Risiken im Abwicklungsjahr j bezüglich des Anfalljahres i bezeichnet. Das zentrale Problem der Schadenreservierung besteht darin, die unbekannten X_{ij} mit $j > n-i+1$ aus den bekannten $X_{ij}, j \leq n-i+1, i \leq n$ vorherzusagen. Beim am häufigsten verwendeten Verfahrenstyp rechnet man die Vorhersagen $\hat{X}_{ij}$ der X_{ij} mittels gewisser Entwicklungsfaktoren λ_j gemäß der Prozedur

$$\begin{aligned}\hat{X}_{ij} &= \lambda_j \cdot \hat{X}_{i,j-1}, \quad j \geq n-i+3 \\ \hat{X}_{i,n-i+2} &= \lambda_{n-i+2} \cdot X_{i,n-i+1}.\end{aligned}$$

hoch. In der bekanntesten Methode, der sogenannten Chain-Ladder-Methode, werden die Entwicklungsfaktoren λ_j berechnet gemäß der Formeln:

$$\lambda_j = \frac{\sum_{i=1}^{n-j+1} X_{ij}}{\sum_{i=1}^{n-j+1} X_{i,j-1}}, \quad j=2, \dots, n.$$

Formal erhält man diese Formeln durch Minimierung der Quadratsummen:

$$(*) \quad \sum_{i=1}^{n-j+1} \left(\frac{X_{ij} - \lambda_j \cdot X_{i,j-1}}{\sqrt{X_{i,j-1}}} \right)^2.$$

Leider sind die so berechneten Entwicklungsfaktoren nicht robust bezüglich (wesentlich) großer (größerer) Schäden. Es stellt sich somit die Frage, wie man diese Entwicklungsfaktoren robustifizieren kann.

Dieses „Problem“ kann man leicht mittels Ansätze der robusten Statistik (s. etwa Huber (1980)) „lösen“. Wie in der robusten Statistik liegt es nahe, in (*) die Quadratfunktion durch eine geeignetere Funktion ϱ zu ersetzen. Der daraus resultierende Entwicklungsfaktor ergibt sich dann als Nullstelle der Gleichung:

$$\sum_{i=1}^{n-j+1} \psi \left(\frac{X_{ij} - \lambda_j \cdot X_{i,j-1}}{\sqrt{X_{i,j-1}}} \right) \cdot \sqrt{X_{i,j-1}} = 0$$

mit einer (beschränkten) Funktion ψ ($=\varrho'$). Diese Nullstelle müßte man mittels Verfahren der numerischen Mathematik (z. B. Newton-Verfahren) bestimmen. Doch wie wählt man ψ ? Für die Praxis empfiehlt es sich z. B.:

$$\psi(\cdot) = \psi_j(\cdot) = \Psi(\cdot/s_j)$$

zu wählen, wobei

$$\Psi(x) = \min(x, 1.645)$$

und s_j eine geeignete Skalierung ist. Letztere ist aus den X_{ij} , $X_{i,j-1}$, $i = 1, \dots, n-j+1$ zu berechnen.

Ähnlich wie eben beschrieben, kann man natürlich auch die Schadenreservierungsverfahren in Kremer (1984) robustifizieren.

LITERATUR

Huber, P. (1980): Robust Statistics. John Wiley & Sons. New York.

Kremer, E. (1984): A class of autoregressive models for predicting the final claims amount. Insurance: Mathematics & Economics.

Kremer, E. (1986): On robust premium principles. Insurance: Mathematics & Economics.

Kremer, E. (1991): Large claims in credibility. Blätter der Deutschen Gesellschaft für Versicherungsmathematik.

Zusammenfassung

Es wird gezeigt, wie man die Chain-Ladder-Methode der Schadenreservierung adäquat robustifizieren kann.

Summary

It is shown, how one can robustify adequately the chain-ladder-method of loss reserving.