Über HILBERTSCHE RÄUME MIT KERNFUNKTION

(Berichtigung)

VON HERBERT MESCHKOWSKI in Berlin

Herr H. G. TILLMANN macht mich freundlicherweise darauf aufmerksam, daß die Voraussetzung von Satz 2 meiner Arbeit in diesem Bande, Seite 151—156, einer Ergänzung bedarf. Er kann so formuliert werden:

Es sei $\mathfrak{H}$ ein nichtseparierbarer HILBERTSCHEM Raum, dessen Elemente stetige Funktionen eines separablen topologischen Raumes $\mathfrak{R}$ sind. Dann hat $\mathfrak{H}$ keinen reproduzierenden Kern.

Die Voraussetzung der Stetigkeit kann noch durch folgende schwächere Aussage ersetzt werden:

Sei $\{y_n\}$ eine abzählbare in $\mathfrak{R}$ dicht liegende Menge von Punkten. Dann soll aus $f(y_n) = 0$ ($n = 1, 2, \dots$) folgen $f(y) = 0$ für $y \in \mathfrak{R}$. Hätte $\mathfrak{H}$ einen reproduzierenden Kern, so gäbe es einen nichtseparierbaren Teilraum $\mathfrak{H}^$ mit einem Kern, für den die Darstellung gilt*

$$(1) \quad K^*(x, y) = \sum_{\varrho=1}^{\infty} a_{\sigma_{\varrho}}(y) \varphi_{\sigma_{\varrho}}(x).$$

Dabei ist zu beachten, daß auch die Auswahl der σ_{ϱ} von y abhängen kann. Aus (1) folgt nun (vgl. S. 154)

$$g(y) = (g(x), K^*(x, y)) = (g(x), \sum a_{\sigma_{\varrho}}(y) \varphi_{\sigma_{\varrho}}(x)) = 0.$$

Das bedeutet aber zunächst nur, daß die zu allen $\varphi_{\sigma_{\varrho}}(x)$ orthogonale Funktion an der Stelle y verschwindet, zu der das System $\varphi_{\sigma_{\varrho}}$ gehört. Die Menge der zu allen Punkten y_n einer in $\mathfrak{R}$ dichten abzählbaren Menge gehörenden Funktionen $\varphi_{\sigma_{\varrho}, n}(x)$ ($\varrho = 1, 2, \dots; n = 1, 2, \dots$) ist aber auch abzählbar. Wenn $\mathfrak{H}^*$ nichtseparierbar ist, muß es eine Funktion $g(x) \in \mathfrak{H}^*$ geben, die zu allen $\varphi_{\sigma_{\varrho}, n}(x)$ orthogonal ist. Dann würde $g(x)$ an allen Stellen y_n , also nach Voraussetzung identisch verschwinden. $\mathfrak{H}^*$ kann also keinen Kern haben, also hat auch $\mathfrak{H}$ keinen, q. e. d.

Eingegangen am 28. 9. 1955