Weise geboten werden; daß dies auch wirklich gelungen ist, ist ein Beweis für die ausgezeichnete Darstellungsgabe des Verfassers. Das erste Kapitel gilt der Vektorrechnung und Determinantentheorie, das kurze zweite Kapitel führt in den Begriff des Grenzwertes ein, während das dritte Kapitel die Grundregeln der Differential- und Integralrechnung bis etwa zu den Potenzreihen bringt. Hervorgehoben seien die häufigen historischen Hinweise.

H. Hornich.

G. Gräß, Variationsrechnung. Hochschulwissen in Einzeldarstellungen. Leipzig: Quelle & Meyer, 1938. VIII, 247 S. Preis geb. RM 4,60.

Der Verfasser gibt eine Einführung in dieses Gebiet, die sich eng an klassische Darstellungen hält, vor allem an Bolza. Bei der Behandlung der zweiten Variation wäre es vielleicht besser gewesen, die Methode von Bliss zu verwenden. Dies hätte auch mehr der Tendenz des Buches entsprochen. — Kapitelübersicht: Kapitel I. Die erste Variation beim einfachsten Variationsproblem; II. Die zweite Variation; III. Die Weierstraßschen Bedingungen; IV. Die Theorie von Jacobi und Hamilton; V. Variationsprobleme zwischen Punkt und Kurve; VI. Die Weierstraßsche Theorie; VII. Allgemeinere Variationsprobleme; die direkten Methoden: Verfahren von W. Ritz, Hurwitzsche Lösung des isoperimetrischen Problems.

Hlawka.

H. Seifert — W. Threlfall, Variationsrechnung im Großen (Morsesche Theorie). Hamburg. Math. Einzelschriften 24, Leipzig: B. G. Teubner, 1938. 115 S. Preis brosch. RM 8,—.

Die Schrift gibt eine ausgezeichnete Darstellung der Variationsrechnung im Großen nach der Theorie von M. Morse. Es wird vor allem die topologische Methode herausgearbeitet, während die analytischen Anwendungen zurücktreten. Dem entspricht es, daß die Verfasser sich auf das Problem der geodätischen Linien beschränken, statt beliebige positive und positivreguläre Variationsprobleme zu betrachten. Erst im letzten Paragraphen werden beliebige Randmannigfaltigkeiten zugelassen. Auch wurde kein Minimum an Voraussetzungen angestrebt. Die Sätze werden alle an Beispielen erläutert und bewiesen. Durch Anmerkungen werden die Beweise ergänzt und unterstützt. Eine ausführliche Einleitung führt in die Theorie ein. Das 1. Kapitel bringt zunächst kurz die Homologietheorie mod 2 eines Umgebungsraumes Ω , die Lefschetzschen Relativzyklen, die Typenzahlen $m^k(x)$ eines Wertes x einer stetigen Funktion I auf Ω . Es wird nun das Axiom I eingeführt, das das „Hängenbleiben der Zyklen“ genauer präzisiert. Dadurch wird die Existenz der „unteren Homologiegrenze“ eines Zyklus gewährleistet. Daraus folgen nun die Morseschen Relationen $M^k \geq R^k$, wobei M^k die Summe aller k -ten Typenzahlen von I ist und R^k die Zusammenhangszahlen von Ω . In Axiom II wird die obere Homologiegrenze $\bar{\gamma}$ eines absoluten berandenden Zyklus z^k eingeführt und mit Hilfe dieses Axioms der Fall $M^k = R^k$ behandelt. Das Kapitel 2 bringt Betrachtungen im kleinen. Für zweimal stetig differenzierbare Funktionen I im euklid. R^n werden Typenzahlen $m^k(g)$ eines isolierten stationären Punktes g definiert. Es wird der Endlichkeitssatz bewiesen, daß die Typenzahlen eines solchen Punktes g endlich und nur für endlich viele $k \neq 0$ sind. Das 3. Kapitel bringt nun die Anwendung der ersten beiden Kapitel auf das Problem der geodätischen Linien auf geschlossenen Mannigfaltigkeiten. Die Gesamtheit der stückweise glatten Kurven, die auf einer geschlossenen, dreimal stetig differenzierbaren n -dimensionalen Riemannschen Mannigfaltigkeit M^n liegen und von einem festen Punkt A zu einem anderen B gehen, bildet einen metrischen Raum Ω , auf dem die Bogenlänge I eine stetige Funktion ist. Dann gilt der Satz: Wenn es auf M^n nur endlichviele geodätische Linien von beschränkter Länge zwischen A und B gibt, so ist $M^k \geq R^k$, wo R^k die k -te Zusammenhangszahl von Ω und M^k die Summe der k -ten Typenzahlen aller Geodätischen von A nach B bedeutet. Der Hauptsatz sagt nun aus: Hat Ω unendlich-hohen Zusammenhang, so gibt es unendlichviele Geodätische von A nach B . In speziellen Fällen ist R^k berechenbar, z. B. wenn M^n die Sphäre ist, Ω hat in diesem