Zusatz

zu der Arbeit von Robert Sauer: „Wackelige Kurvennetze bei einer infinitesimalen Flächenverbiegung“, Math. Annalen 108, S. 673—693.

Wie ich während der Drucklegung bemerkte, läßt sich die in Gleichung (27) bzw. (25) eingeführte Funktion ω sogar ohne Quadraturen angeben: Aus den die infinitesimale Verbiegung der vorgegebenen Fläche Φ bestimmenden Gleichungen (7) folgt die Integrabilitätsbedingung

$$\lambda x_{vv} + 2\mu x_{uv} - \nu x_{uu} + \lambda_v x_v + \mu_v x_u + \mu_u x_v - \nu_u x_u = 0.$$

Die skalare Multiplikation dieser Vektorgleichung mit $x_u \times x_v$ bzw. $x_u \times x_{uu}$ bzw. $x_v \times x_{vv}$ liefert, bei Einführung homogener Koordinaten $\xi, \eta, \zeta, \vartheta$ nach (20), drei lineare partielle Differentialgleichungen 1. Ordnung für λ, μ, ν :

$$\begin{aligned} \lambda |\xi_u, \xi_v, \xi_{vv}, \xi| + 2\mu |\xi_u, \xi_v, \xi_{uv}, \xi| - \nu |\xi_u, \xi_v, \xi_{uu}, \xi| &= 0, \\ \lambda |\xi_u, \xi_{uu}, \xi_{vv}, \xi| + 2\mu |\xi_u, \xi_{uu}, \xi_{uv}, \xi| & \\ - \left(\lambda_v - 2\lambda \frac{\partial_v}{\partial} + \mu_u - 2\mu \frac{\partial_u}{\partial} \right) |\xi_u, \xi_v, \xi_{uu}, \xi| &= 0, \\ - \nu |\xi_v, \xi_{vv}, \xi_{uu}, \xi| + 2\mu |\xi_v, \xi_{vv}, \xi_{uv}, \xi| & \\ + \left(\nu_u - 2\nu \frac{\partial_u}{\partial} - \mu_v + 2\mu \frac{\partial_v}{\partial} \right) |\xi_v, \xi_u, \xi_{vv}, \xi| &= 0. \end{aligned} \quad (29)$$

Schreibt man in (29) $\tilde{\lambda}, \tilde{\mu}, \tilde{\nu}$ statt λ, μ, ν und ersetzt $\xi, \eta, \zeta, \vartheta$ durch die projektiv transformierten Koordinaten $\tilde{\xi}, \tilde{\eta}, \tilde{\zeta}, \tilde{\vartheta}$ (= Linearkombinationen von $\xi, \eta, \zeta, \vartheta$ mit konstanten Koeffizienten), so ergeben sich die entsprechenden Gleichungen für die infinitesimale Verbiegung der zu Φ projektiven Fläche $\tilde{\Phi}$. Dabei kann man jedoch in den Determinanten $\xi, \eta, \zeta, \vartheta$ anstelle von $\tilde{\xi}, \tilde{\eta}, \tilde{\zeta}, \tilde{\vartheta}$ stehenlassen; denn hierdurch ändert sich der Wert der Determinanten nur um einen gemeinsamen nicht verschwindenden Faktor. Sind nun λ, μ, ν Lösungen der Gleichungen (29), so befriedigen

die Funktionen $\tilde{\lambda} = \omega \lambda, \tilde{\mu} = \omega \mu, \tilde{\nu} = \omega \nu$ mit $\omega = c \left(\frac{\tilde{\vartheta}}{\vartheta} \right)^2$ (c = beliebige Konstante $\neq 0$) die entsprechenden Gleichungen für die infinitesimale Verbiegung der Fläche $\tilde{\Phi}$.

R. Sauer.