Berichtigung zu der Arbeit: Die Bahnen des Elektrons im Magnetron unter Berücksichtigung der Raumladungen.¹⁾

Von K. Kugelmann.

(Eingegangen am 21. August 1937.)

Abschnitt 2 der Arbeit, der als Grundlage der Rechnung das Larmor-Theorem in der Fassung von Becker²⁾ darstellt, schließt:

„Die Wirkung des Magnetfeldes besteht also anschaulich nur darin, daß das ganze Elektronensystem, ohne daß seine innere Bewegung verändert wird, in eine Rotation mit der Kreisfrequenz ω_L um die Feldrichtung versetzt wird.“

Daraus würde folgen, daß die Elektronen in jedem Magnetfeld die Anode erreichen, im Widerspruch zu der Erfahrung, daß ein genügend hohes Magnetfeld alle Elektronen von der Anode fernhält.

Becker hat als Voraussetzung für die Anwendung des Larmor-Theorems angegeben, daß die dem Elektron durch die Präzessionsbewegung allein erteilte Geschwindigkeit klein sei gegen die Geschwindigkeit, die das Elektron ohne Präzessionsbewegung in seiner Bahn besitzen würde. Diese Voraussetzung trifft beim Zeeman-Effekt, für dessen Theorie Becker das Larmor-Theorem entwickelt, zu, nicht aber für das Magnetron. Die Resultate der Arbeit geben daher nicht die Elektronenbahnen im Magnetron.

Trotzdem kann, wie schon Braunbeck³⁾ zeigte, das Larmor-Prinzip für die Theorie der Elektronenbewegung im Magnetron nutzbar gemacht werden. Die Bewegungsgleichung der Elektronen in elm. CGS-Einheiten

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = e\mathbf{E} + e[\mathbf{v}\mathbf{H}] \quad (1)$$

bezieht man auf ein neues Koordinatensystem in quergestrichenen Größen, das gegen das bisherige feste mit einer Winkelgeschwindigkeit $\mathbf{\omega}$ rotiert. Dann gilt für die Elektronenbewegung in dem neuen System

$$m \frac{d\bar{\mathbf{v}}}{dt} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} - 2m[\mathbf{\omega}\bar{\mathbf{v}}] - m[\mathbf{\omega}[\mathbf{\omega}\mathbf{r}]]. \quad (2)$$

Die Elektronenbahnen mit Magnetfeld ergeben sich in dem rotierenden System als Bahnen ohne Magnetfeldeinwirkung, wenn der Einfluß der

¹⁾ ZS. f. Phys. **97**, 202—210, 1935; **98**, 534—535, 1936. — ²⁾ R. Becker, Theorie der Elektrizität. II. S. 92, 93. Leipzig 1933. — ³⁾ W. Braunbeck, ZS. f. Phys. **17**, 117, 1923.

Zentrifugalkraft vernachlässigt werden darf und die Corioliskraft gerade den Anteil $e[\mathbf{v}\mathfrak{H}]$ in $m \frac{d\mathbf{v}}{dt}$ aufhebt. Das tritt ein, wenn $[\mathbf{w}\mathbf{r}]$ klein gegen $\mathbf{v}$ ist und

$$\mathbf{w} = -\frac{e}{2m} \mathfrak{H}. \quad (3)$$

$\mathbf{w}$ ist die Larmor-Frequenz.

Im Magnetron darf $[\mathbf{w}\mathbf{r}]$ nicht mehr gegen $\mathbf{v}$ vernachlässigt werden. Rotiert das quergestrichene System mit der Larmor-Frequenz, so folgt für die Elektronenbewegung wegen $\mathbf{v} = \bar{\mathbf{v}} + [\mathbf{w}\mathbf{r}]$

$$\begin{aligned} m \frac{d\bar{\mathbf{v}}}{dt} &= e\mathfrak{E} + e[\mathbf{w}\mathbf{r}]\mathfrak{H} - m[\mathbf{w}[\mathbf{w}\mathbf{r}]] \\ &= e\mathfrak{E} - e\{\mathbf{w}(\mathfrak{H}\mathbf{r}) - \mathbf{r}(\mathfrak{H}\mathbf{w})\} - m\{\mathbf{w}(\mathbf{w}\mathbf{r}) - \mathbf{r}(\mathbf{w}\mathbf{w})\}. \end{aligned} \quad (4)$$

Verwendet man nun, wie üblich, zwei Zylinderkoordinatensysteme r, φ, z bzw. $\bar{r}, \bar{\varphi}, \bar{z}$ mit $r = \bar{r}$, $z = \bar{z}$, $\dot{\varphi} = \dot{\bar{\varphi}} + \omega$, $\mathfrak{H}$ homogen, in Richtung der z -Achse, vom Betrag H und $\omega = -\frac{e}{2m}H$, so erhält man die Bewegungsgleichung der Elektronen in der Form:

$$m \frac{d\bar{\mathbf{v}}}{dt} = e \cdot \mathfrak{E} + e r \left(-H^2 \frac{e}{2m} \right) + m r \left(\frac{e^2}{4m^2} H^2 \right), \quad (5)$$

$$m \frac{d\bar{\mathbf{v}}}{dt} = e \left(\mathfrak{E} - \frac{1}{4} \frac{e}{m} r H^2 \right). \quad (6)$$

Die Magnetfeldwirkung besteht also anschaulich nicht nur in einer Rotation des ganzen Elektronensystems, sondern außerdem in einer Verminderung der r -Komponente der elektrischen Feldstärke um $\frac{1}{4} \frac{e}{m} r H^2$.

Aus Gleichung (6) lassen sich je nach den über die Anfangsgeschwindigkeit der Elektronen gemachten Vernachlässigungen die Formeln von Greinacher, Hull, Braunbeck für die Berechnung von e/m aus Messungen am Magnetron herleiten.