Berichtigung

zu meiner Note in Bd. 16 dieser Zeitschrift:

Über Flächen mit einem festen Abstand der konjugierten Punkte.

Von

P. Funk in Prag.

In der Einleitung dieser Note, wo ich andeutete, wie man die geometrischen Betrachtungen von W. Blaschke durch analytische zu ersetzen hätte, habe ich in unrichtiger Weise auf den Begriff des Cauchy-Hauptwertes hingewiesen (der Integrand wird nicht von erster, sondern von zweiter Ordnung unendlich groß).

Unter Voraussetzung der Analytizität für den Integranden ließe sich die im Text angedeutete Schlußweise durch passende Wahl des Integrationsweges rechtfertigen.

Einfacher und an geringere Voraussetzungen geknüpft ist die folgende Schlußweise:

Der zu beweisende Satz kann so ausgesprochen werden: Sei $f(x)$ eine stetige Funktion, wenn dann für jeden Wert von ξ jene Lösung der Differentialgleichung

$$y'' + f(x)y = 0$$

die für $x = \xi$ verschwindet, auch für $x = \xi + \pi$ verschwindet und im Intervall $\xi < x < \xi + \pi$ keine weitere Nullstelle hat, so muß für jede Lösung

$$y(x + \pi) = -y(x)$$

sein.

Beweis. Seien $y_1(x)$ und $y_2(x)$ zwei linear unabhängige Lösungen, dann ist

$$y_1(x)y_2(\xi) - y_2(x)y_1(\xi)$$

eine Lösung, die an der Stelle $x = \xi$ verschwindet; somit folgt aus der unserem Satz zugrunde liegenden Voraussetzung, daß identisch in ξ

$$y_1(\xi + \pi)y_2(\xi) - y_2(\xi + \pi)y_1(\xi) = 0$$

sein muß, oder daß gleichzeitig mit

$$y_1(x + \pi) = \varphi(x)y_1(x)$$

auch

$$y_2(x + \pi) = \varphi(x) y_2(x)$$

ist. Die Wronskische Determinante muß aber eine Konstante sein. Also ist

$$\begin{vmatrix} y_1(x + \pi) & y_2(x + \pi) \\ y_1'(x + \pi) & y_2'(x + \pi) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} y_1(x) & y_2(x) \\ y_1'(x) & y_2'(x) \end{vmatrix}.$$

Durch Einsetzen der eben angeschriebenen Werte von

$$y_1(x + \pi) \quad \text{und} \quad y_2(x + \pi)$$

ergibt sich aber

$$(\varphi(x))^2 = 1.$$

$\varphi(x) = 1$ ist unmöglich, da sonst entweder gegen unsere Voraussetzung eine weitere Nullstelle im Intervall $\xi < x < \xi + \pi$ vorhanden wäre oder die Nullstelle von y auch eine Nullstelle von y' sein müßte, was ausgeschlossen ist, weil ja in diesem Fall y identisch verschwinden müßte. Also muß $\varphi(x) = -1$ sein.

(Eingegangen am 2. Mai 1934.)