BOOTSTRAP BEI VAGER VORINFORMATION

Gerhard Stahl, Universität Heidelberg

Vages Vorwissen der Form $P(X \in I_j) = \pi_j$ für die Verteilungsfunktion einer reellwertigen Zufallsvariablen X , wobei $I = (I_1, \dots, I_m)$ eine Partition von $\mathbb{R}$ und $\pi = (\pi_1, \dots, \pi_m)$ ein Element aus

$$\Pi \subseteq S_m = \{ y \in \mathbb{R}^m \mid y_j \geq 0, \sum_j y_j = 1 \}$$

ist, definiert eine nichtparametrische Teilklasse

$$\Theta_\Pi = \{ F \in \mathbb{F} \mid \int 1_{I_j} dF = \pi_j, \pi \in \Pi \}$$

der Menge $\mathbb{F}$ aller Verteilungsfunktionen.

In solchen, durch Θ_Π -Klassen konstituierten, statistischen Modellen steht in der nichtparametrischen Maximum-Likelihood-Methode ein Inferenzprinzip zur Schätzung von $F^* \in \Theta_\Pi$ aus unabhängig identisch verteilten Beobachtungen $X_i \sim F^*$ zur Verfügung.

Gegenstand der Betrachtung ist die Anwendung der Bootstrap-Methode, unter Verwendung des durch Θ_Π -Klassen spezifizierten Vorwissens, zur Approximation von Fehlerverteilungen von

$$\text{Mittelwertstatistiken } T_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^k.$$

Eine Modifikation der naiven Bootstrap-Methode auf Θ_Π -Modelle ermöglicht die Approximation der Fehlerverteilung von T_n bezüglich F^* , $\mathcal{L}_{F^*}(T_n - \mu(F^*))$, durch $\mathcal{L}_{F_{ML}}(T_n - \mu(F_{ML}))$ im Gegensatz zu $\mathcal{L}_{F_n}(T_n - \mu(F_n))$, der Approximation von $\mathcal{L}_{F^*}(T_n - \mu(F^*))$ durch die naive Bootstrap-Methode.

Die Vorgehensweise, die Bootstrap-Methode in Θ_Π -Modellen zur Approximation von Verteilungen oder Kenngrößen von Mittelwertstatistiken zu verwenden, wird durch Bereitstellung von Konsistenzsätzen asymptotisch gerechtfertigt.

Da F_{ML} und F_n im allgemeinen, bei gleichen Beobachtungen, verschiedene Schätzungen für F^* ergeben, wird am Beispiel des arithmetischen Mittels die Auswirkung der Verwendung von Vorinformation auf die Bootstrap-Schätzung von $\mathcal{L}_{F^*}(\bar{X} - \mu(F^*))$ in Θ_Π -Modellen durch Simulationen mit der naiven Bootstrap-Methode für endliche Stichprobenumfänge untersucht und verglichen.