CONSTRUCTION AUTOMATIQUE DES HORAIRES D'UNE LIGNE D'AUTOBUS

Edith Heurgon; Manoëlle Présent; Güzin Tarim
RATP, Service de la Recherche Opérationnelle et du Calcul Economique

Mettre au point des méthodes rationnelles d'exploitation est un souci constant, dans une entreprise de transport. Dans cette perspective, M. Robert Faure a présenté à ce congrès la chaîne de programmes, mise au point à la RATP, pour construire par ordinateur les tableaux de marche, de service et de roulement du réseau d'autobus. Les avantages que l'on peut attendre de cette automatisation sont :

- suppression de tâches répétitives et fastidieuses d'où économie de personnel et possibilité, pour certains agents, de se consacrer à un travail plus intéressant et plus rentable ;
- meilleure adaptation de l'offre à la demande de transport ;
- normalisation des méthodes, objectif difficile à atteindre actuellement, car il s'agit d'opérations manuelles exigeant une grande expérience ;
- possibilité d'effectuer rapidement des simulations et des prévisions afin de répondre en toute connaissance de cause aux demandes du personnel.

Cet exposé se limite au seul problème de la construction automatique de l'horaire d'une ligne d'autobus.

Afin de bénéficier de l'expérience acquise par les spécialistes des dépôts et de ne pas leur retirer la responsabilité d'un travail intéressant, l'automatisation est étudiée en vue d'apporter une aide à la décision, probablement sous la forme d'un système interactif.

A partir d'un niveau de dépenses préalablement défini, l'objectif recherché est de construire un horaire assurant une bonne qualité de service, réaliste du point de vue des temps de parcours et, si possible, régulable en cas de perturbation du trafic. Divers critères secondaires doivent également être pris en compte : les contraintes imposées par l'habillage des horaires, maillon suivant de la chaîne, ou celles relatives à l'entretien des voitures, etc. (figure 1).

I - DEFINITIONS

Pour une ligne donnée, exploitée entre deux terminus A et B, on appelle : (figure 2)

- dépôt : l'établissement où les voitures sont remisées et entretenues,
- tour : le trajet d'une voiture qui part de A vers B pour revenir en A,
- temps de trajet : la durée du tour y compris temps de battement en B,

Figure 1

- temps de battement : temps de stationnement accordé à une voiture au terminus entre deux tours,
- temps de révolution : temps passé entre deux départs successifs d'une même voiture, au même terminus (la somme du temps de trajet et du temps de battement),
- raccordement des tours : deux tours sont dits raccordés s'ils sont effectués consécutivement par une même voiture.

Figure 2

II - DONNEES

Pour construire les horaires d'une ligne d'autobus, il faut connaître la demande de transport et les conditions de circulation (figure 3).

La demande de transport permet de définir le service à assurer, c'est-à-dire les tâches à réaliser, tandis que les conditions de circulation, données sous forme de temps de parcours, permettent de déterminer la capacité de transport, c'est-à-dire les moyens permettant de réaliser les tâches.

La détermination des temps de parcours (temps de roulage des voitures et temps d'immobilisation aux arrêts), aux différentes heures de la journée, est une opération très délicate. Elle exige la collecte, manuelle ou automatique, d'un bon nombre de données, un traitement statistique approprié et un lissage assurant la continuité des résultats.

Doivent être précisés également les temps de battement que l'on souhaite accorder aux terminus, selon l'heure de la journée. Une juste appréciation de ces temps - dits temps de battement souhaitables -, fonction de l'irrégularité de la ligne, semble être un facteur essentiel à la construction d'un bon horaire. Trop faibles, ils contribuent à étendre les retards d'un tour sur le suivant ; trop forts, ils réduisent inutilement la capacité de transport offerte. On définit, en outre, des temps de battement minimaux, en dessous desquels il n'est pas admis de descendre.

Un arbitrage judicieux doit aussi être fait entre temps de parcours et temps de battement, ceux-ci étant principalement déterminés en fonction de la variabilité de ceux-là.

Un modèle de simulation d'une ligne d'autobus est en cours d'élaboration à la RATP. Il permettra, en particulier, de tester différentes stratégies dans la construction des horaires et d'ajuster les valeurs des nombreux paramètres mis en jeu.

III - POSITION DU PROBLEME

A partir des données précédentes, deux opérations doivent être réalisées pour établir l'horaire d'une ligne d'autobus.

1/ Définir le niveau de service à offrir, sous la forme de fréquences de passages des autobus, et déterminer le parc des véhicules à utiliser (compte tenu, éventuellement, d'un parc maximal et d'un nombre d'heures de travail donnés). Les critères retenus visent tant à satisfaire à la demande (de pointe principalement) qu'à minimiser les désutilités des usagers (attente, inconfort, etc.).

2/ Construire l'horaire proprement dit, c'est-à-dire ajuster au mieux le service à offrir aux moyens mis en oeuvre. Pour cela, définir et agencer les tours de manière à assurer des intervalles réguliers d'une part, d'autre part à présenter des temps de battement, les plus proches possibles des souhaitables et toujours supérieurs aux minimaux. Doivent ainsi être précisées, pour chaque voiture, les heures de sortie du dépôt, de passage aux différents terminus, de rentrée au dépôt.

D'un point de vue théorique, il s'agit donc de définir simultanément les heures de départ des tours (d'après les fréquences calculées en 1/) et leurs raccordements, de manière à établir des suites de tours exécutables par un même autobus. Certes, ce problème peut se formuler comme un programme linéaire à variables mixtes. Mais le temps de résolution qu'il exigerait et le caractère répétitif de l'opération à réaliser (plus de 3 000 horaires doivent être établis chaque année à la RATP ont

CONSTRUCTION DE L'HORAIRE

Figure 3

conduit à le décomposer en trois phases principales. On en réduit ainsi le caractère fortement combinatoire.

PHASE 1 - Définition des tours : à partir des fréquences théoriques, des temps de trajet et des heures imposées de début et de fin de service, fixer les heures de départ et d'arrivée des tours.

PHASE 2 - Raccordement des tours à horaire fixe, de manière à assurer des temps de battement les plus proches possibles des souhaitables et, selon les cas, soit en minimisant le nombre de voitures, soit en utilisant un parc donné.

PHASE 3 - Harmonisation des temps de battement en maintenant les raccords fixes : Supposer les heures de départ fixes, lors de la phase 2, restreint la généralité du problème. Si, donc, la solution ne paraît pas satisfaisante - par exemple, si certains temps de battement sont inférieurs aux minimaux - une phase complémentaire est nécessaire. Elle consiste, sans trop altérer les intervalles initiaux et en maintenant les raccords fixes, à introduire de légères variations sur les heures de départ des tours, afin d'assurer des temps de battement toujours supérieurs aux minimaux et à les répartir au mieux tout au long de la journée.

L'organigramme de la chaîne complète est présenté à la figure 3.

IV - DIFFERENTES ETAPES DE LA MODELISATION

IV.1 - Premières recherches

a) La première opération est supposée accomplie. Cette situation est d'ailleurs celle dans laquelle se placent les inspecteurs de ligne chargés de la construction manuelle de l'horaire. Sont donc donnés, d'une part, les intervalles à assurer aux différentes heures de la journée, d'autre part, le nombre de voitures disponibles au dépôt.

b) La phase 1 de définition des tours est triviale.

c) La phase 2 de raccordement des tours à horaire fixe est réalisée par une procédure heuristique locale, très rapide, du genre "premier arrivé, premier parti" Compte tenu du nombre limité de voitures, certains temps de battement trop petits, voire même négatifs, peuvent en résulter.

ETAPES DE LA MODELISATION

d) La phase 3 d'harmonisation des temps de battement est donc la plus importante. Elle doit permettre de trouver une solution réalisable satisfaisante, qui assure une bonne répartition des temps de battement, tous supérieurs aux minimaux, sans trop détériorer les intervalles de départ.

Ce problème se formule comme un programme linéaire.

Supposons les départs numérotés chronologiquement du début à la fin de la journée. Pour chacun d'eux, soient :

. t_{B_i} , le temps de battement, accordé dans la phase précédente, à la voiture qui doit effectuer le $i^{\text{ème}}$ départ (s'il ne correspond pas à une sortie de dépôt) ;

. $t_{B_{\min_i}}$ et $t_{B_{S_i}}$, respectivement les temps de battement minimal et souhaitable avant le $i^{\text{ème}}$ départ.

Définissons alors les variables X_i comme étant la variation (positive ou négative) qu'il convient d'apporter à la $i^{\text{ème}}$ heure de départ. Soit j le numéro du départ précédent effectué par la même voiture.

Contraintes du programme linéaire

$$\begin{array}{ll}
 \left(\begin{array}{l} (1) \quad X_j - X_i \leq t_{B_i} - t_{B_{\min_i}} \\ (2) \quad |X_i| \leq K_i \\ (3) \quad |X_i - X_{i-1}| \leq \lambda_i \end{array} \right. & \begin{array}{l} \forall i \text{ qui n'est pas une sortie} \\ \forall i \quad K_i \text{ donné} \\ \forall i \quad \lambda_i \text{ donné} \end{array}
 \end{array}$$

Les contraintes (1) imposent à tout temps de battement d'avoir une valeur au moins égale au minimum. Les inégalités (2) limitent en valeur absolue les variations apportées aux heures de départ. Enfin, les contraintes (3) empêchent de trop perturber les intervalles initiaux.

Fonction économique

Diverses fonctions économiques ont été successivement étudiées. Il convient de concilier les deux objectifs suivants : assurer des temps de battement proches des souhaitables, ne pas trop altérer les intervalles. En termes de programmation mathématique, la première exigence conduit à minimiser l'écart des temps de battement réels et des temps de battement souhaitables, la seconde, par exemple, à minimiser les

écarts des intervalles transformés et des intervalles initiaux. Dans le premier temps, c'est l'objectif n° 1 qui a été retenu. Cependant, la minimisation d'écarts, appréciés d'ailleurs différemment selon l'heure de la journée, n'est pas une fonction linéaire. Le mieux serait, semble-t-il, de considérer une somme pondérée des carrés de ces écarts. Cependant, pour éviter la résolution d'un programme quadratique, nous avons admis, en première approximation, de minimiser une somme pondérée des valeurs absolues de ces écarts, les poids étant plus forts aux heures de pointe qu'aux heures creuses.

Linéarisation du problème

On peut linéariser la fonction économique de ce problème en introduisant un jeu de variables supplémentaires. Soit θ_{Bi} le temps de battement résultant du programme linéaire. Notons alors :

$$Y_i = \theta_{Bi} - t_{BSi} = X_i - X_j + t_{Bi} - t_{BSi}$$

Décomposons maintenant Y_i de la manière suivante :

$$Y_i = Y'_i - Y''_i \text{ avec : } Y'_i = \text{Max} (0, -Y_i) \text{ et } Y''_i = \text{Max} (0, +Y_i)$$

Comme, pour un départ i , l'une au moins des variables Y'_i ou Y''_i est nulle, le programme linéaire admet la formulation suivante (I notant l'ensemble des départs) :

$$\begin{aligned} & \left(\begin{array}{l} \text{Min} \sum_{i \in I} \alpha_i Y'_i + \beta_i Y''_i \quad (\alpha_i, \beta_i \geq 0) \\ \text{sous les contraintes :} \\ (1) \quad X_i - X_j - Y'_i + Y''_i = t_{BSi} - t_{Bi} \quad \forall i \in I \\ (2) \quad -\lambda_i X_i - X_{i-1} \leq \lambda_i \quad \forall i \in I \\ (3) \quad 0 \leq Y''_i \leq t_{BSi} - t_{Bmin_i} \quad \forall i \in I \\ \quad \quad 0 \leq Y'_i \\ (4) \quad -K_i \leq X_i \leq K_i \quad \forall i \in I \end{array} \right. \end{aligned}$$

Si d désigne le nombre de départs à assurer sur la ligne, ce programme linéaire comporte $3d$ variables et moins de $2d$ contraintes (en effet, pour les départs qui correspondent à des sorties, le premier type de contraintes n'existe pas). Ce programme est actuellement résolu à l'aide du code L.P. 6000, disponible sur l'ordinateur HB 6050 de la RATP.

e) Critique des résultats

Les résultats de la phase 2 sont très insuffisants et ne peuvent pas être corrigés par la phase 3, qui ne remet pas en cause les raccordements. D'une part, comme la procédure de raccordement locale ne permet pas de contrôler avec précision les garages et les dégarages des voitures, on obtient un grand nombre de tours isolés, qui rendent l'habillage de l'horaire extrêmement difficile ; d'autre part, il est fréquent que le programme linéaire, résolu à la phase 3, n'admette aucune solution réalisable. En revanche, lorsqu'il en trouve une, cette phase remplit parfaitement son rôle d'harmonisation des temps de battement.

IV.2 - Forme actuelle du modèle

On a donc cherché, pour résoudre la phase 2, une méthode plus efficace.

a) Phase 2 : Méthode mathématique

Définition du graphe : La procédure retenue fait appel à la théorie des graphes. Soit $G = (X, U)$ le graphe orienté sans circuit, où X désigne l'ensemble des tours et U celui des raccordements possibles (un raccordement entre deux tours i et j est dit possible, si le temps de battement qui en résulte est compris dans l'intervalle (T_0, T_1) préalablement défini). A chaque arc u de U , on associe un coût C_u , proportionnel à l'écart (à une puissance quelconque) entre les temps de battement réels et les temps de battement souhaitables. On pénalise, en outre, fortement les arcs correspondant à un temps de battement inférieur au minimal.

Formulation du problème

Appelons séquence une suite de tours raccordés, donc réalisables, par un même autobus. Supposons, dans un premier temps, pour les commodités de l'exposé, qu'une voiture ne puisse exécuter, pendant la période considérée, qu'une seule séquence. Cherchons alors une solution :

- qui minimise le nombre total de voitures,
- ou qui utilise un parc donné.

Réaliser les raccordements avec un nombre minimal d'autobus revient à décomposer le graphe G en un nombre minimal de chemins disjoints

Considérons le réseau de transport construit à partir du graphe biparti $G' = (S, T, U')$, correspondant à G , où $S = T = X$ et U' désigne l'ensemble des raccordements possibles. Chaque arc est doté d'un coût C_u et d'une capacité 1.

Décomposer le graphe G en un nombre minimal de chemins disjoints revient à chercher dans le réseau de transport ainsi défini un flot maximal.

Si l'on veut, en outre, obtenir des temps de battement optimaux, le problème consiste à trouver un flot maximal de coût minimal.

Si le nombre des voitures est donné, il s'agit de déterminer un flot de valeur donnée et de coût minimal.

Choix d'un algorithme

Plusieurs algorithmes permettent de trouver, dans un réseau de transport, un flot maximal de coût minimal. Citons, par exemple : l'algorithme "out of Kilter", la méthode hongroise, l'algorithme présenté par Horps et Roy dans [11]. Nous avons choisi ce dernier, qui fait appel à la notion de graphe d'écart, pour les raisons suivantes :

- Le graphe est très épars ; pour chaque tour, il y a, au maximum, cinq ou six raccordements possibles. De ce fait, la méthode hongroise, qui travaille sur la matrice associée au graphe, est à rejeter.

- L'algorithme Horps-Roy, qui procède par itération sur la valeur du flot, fournit des solutions pen optimales du problème. En outre, il s'adapte très simplement au cas où le nombre de voitures est connu.

Décomposition du problème

En fait, dans une journée, et compte tenu des phénomènes de pointe qui caractérisent toute ligne de transport urbain, un même autobus peut exécuter successivement plusieurs séquences. Il n'y a donc pas correspondance immédiate entre le parc de voitures disponibles et le nombre des séquences.

Pour pallier cet inconvénient d'une part, pour interdire à une même voiture de réaliser plus de deux séquences d'autre part, enfin pour réduire les temps de calcul

par l'algorithme de Roy, on a procédé à un découpage de la journée en deux, séparant ainsi pointe du matin et pointe du soir. A cet égard, c'est le nombre des séquences, pour chaque sous-problème, qu'il convient soit de minimiser, soit de maintenir fixe. On peut ainsi aisément contrôler les dégarages et garages des autobus.

b) Phase 3 : changement de fonction économique

Dès lors, les raccordements, établis à la phase 2, présentent des temps de battement aussi proches que possible des souhaitables. Si aucun d'eux n'est inférieur au minimum, la phase 3 devient inutile. Dans le cas contraire, l'objectif est bien d'assurer la réalisabilité du problème, en opérant les plus légères variations sur les heures de départ des tours.

La fonction économique du programme linéaire consiste alors à minimiser une somme pondérée (selon les heures de la journée) des valeurs absolues de ces variations.

$$\text{Min} \sum_i \alpha_i |x_i|$$

c) Analyse des résultats

Quatre lignes urbaines de la RATP ont été choisies pour faire des essais. Les résultats obtenus ont été jugés très satisfaisants par les exploitants du réseau routier, tant en ce qui concerne l'homogénéité des temps de révolution que la régularité des intervalles. Toutefois, comme les données ont été construites par simple lissage de l'horaire établi à la main, il n'est guère étonnant que les résultats n'en diffèrent pas essentiellement. Il est probable que, lorsque la collecte d'un nombre suffisant de données permettra la définition rigoureuse des temps de parcours et de battement, la procédure informatique se justifiera de manière plus nette. Des difficultés surgiront, peut-être, en revanche, si l'on ne vérifie pas a priori la compatibilité des intervalles théoriques et des temps de parcours (ce qui est fait, implicitement, dans l'horaire manuel). La phase 1 risque alors de devenir insuffisante.

Le tableau suivant présente les temps d'exécution sur l'ordinateur HB 6050 de la RATP.

	Ligne 75	Ligne 61	Ligne 22	Ligne 84
Phases 1 et 2	10.8 secondes	14.4 secondes	12.9 secondes	15.5 secondes
Nombre de tours	86	95	106	127
Nombre de battements < min à l'issue de la phase 2	8	8	1	0
Programme linéaire temps	33.1 s	31 s	29.5 s	-
Nombre d'itérations	64	38	1	-

A l'exception du code linéaire LP 6000, utilisé à la phase 3, tous les programmes ont été écrits en FORTRAN.

On peut observer sur ce tableau que les temps d'ordinateur requis par la phase 3 sont largement supérieurs à ceux qu'exigent les phases 1 et 2 réunies. Comme cette phase 3 n'est utile que si les raccordements issus de la phase 2 présentent des temps de battement inférieurs aux minimaux, il paraît avantageux de tenter, par une élaboration plus poussée de la phase 1, de garantir cette réalisabilité dans la plupart des cas.

IV.3 - Développements futurs

C'est donc maintenant non seulement la phase 1, mais aussi la phase préliminaire de calcul des fréquences théoriques, qui doivent être considérées selon une optique nouvelle. Il faut bien admettre, en effet, qu'un préalable indispensable à l'établissement par ordinateur d'horaires satisfaisants est la détermination sur des bases objectives du service que l'on veut offrir compte tenu des moyens disponibles.

Dans cette perspective et en vue d'éliminer la phase 3, des études sont en cours qu'il est un peu prématuré de décrire ici.

Cette première partie sera réalisée à l'aide de programmes conversationnels ; pourront être ainsi remis en cause non seulement le parc, mais aussi le nombre de tours et divers autres éléments laissés à l'appréciation de l'utilisateur.

b) Contraintes d'habillage

Le maillon suivant de la chaîne, l'habillage des horaires, est déjà automatisé à la RATP. On a constaté que si certaines contraintes pouvaient être introduites au niveau de la construction de l'horaire, l'habillage en serait nettement facilité et son coût réduit. Il s'agit donc véritablement, à ce niveau-là, de traiter l'interaction entre ces deux applications. Un module sera donc intercalé entre les phases 2 et 3 et pourra fonctionner également de manière conversationnelle.

En conclusion, c'est bien à une recherche en cours que s'est attaché cet exposé. Dans le cadre de ce congrès sur la modélisation et l'optimisation au service de l'homme, il nous a paru intéressant d'insister d'une part sur les différentes étapes de la modélisation et de la résolution de ce problème, d'autre part sur l'utilisation des programmes qui en résultent sur le mode conversationnel, permettant ainsi aux spécialistes du réseau d'autobus de disposer d'un véritable instrument d'aide à la décision.

BIBLIOGRAPHIE

1. BJELKAKER, S., SCHEELE, S., "Optimization methods for bus systems in urban areas". A literature review, LINKÖPING University, Department of Mathematics, Report : May 1973.
2. BOUTILLON, C., "Construction automatique des horaires des lignes d'autobus". Mémoire de diplôme d'ingénieur I.I.E., Juin 1974.
3. CHAMORRO, Alfredo, "Optimisation d'une flotte aérienne par la méthode ATEM". R.I.R.O., Vol. 3, p. 67-86 (1968).
4. DELORME, Jacques, et HEURGON, Edith, "Problèmes de partitionnement : exploration arborescente ou méthode de troncatures ?". Revue R.A.I.R.O. 9e année Vol. 2, Juin 1975.
5. FORCINA, J.L., "Une approche simple de certains problèmes de location, de distribution et de transport". Revue R.A.I.R.O., vol. 2, p. 39-59, Mai 1974.
6. HEURGON, Edith, "Un problème de recouvrement : l'habillage des horaires d'une ligne d'autobus", revue R.A.I.R.O. 6e année, V. 1, 1972.
7. LEVIN, A., "Scheduling and fleet routing models for transportation systems". Transportation Science, Vol. 5, No. 3, p. 232-255, août 1971.
8. MARTIN-LÖF, Anders, "A branch-and-bound algorithm for determining the minimal fleet size of a transportation system". Transportation Science, Vol. 4, No 2, p.159-163, Mai 1970.
9. MOSQUERA, F., "Optimisation d'une flotte aérienne : une méthode de regret pour le cas à horaire variable" (non publié).
10. NEWELL, G.F., "Dispatching policies for a transportation route". Transportation Science. No 5, p. 91-105, 1971.
11. ROY, B., "Algèbre moderne et théorie des graphes". Dunod, Paris, Tome II, p. 492, 1970.
12. SAHA, J.L., "An algorithm for bus scheduling problems". Operational Research Quarterly, Vol. 21, No. 4, p. 463-474.
13. SALZBORN, F.J., "Optimum bus scheduling". Transportation Science, Vol. 6, No. 2, p. 137-148, Mai 1972.
14. TARIM, Güzin, "Construction automatique des horaires d'une ligne d'autobus". Thèse à l'Université de Paris VI, 19 juin 1975.