



Published online: 21 September 2022  
© Fondation Carl-Herz and Springer Nature Switzerland AG 2022

## Numéros spéciaux en l’honneur de Bernadette Perrin-Riou

Ces deux numéros spéciaux des *Annales Mathématiques du Québec* sont consacrés à Bernadette Perrin-Riou à l’occasion de son 65<sup>ème</sup> anniversaire. Perrin-Riou est une pionnière de la théorie d’Iwasawa des représentations galoisiennes, et les perspectives qu’elle a introduites dans ce sujet, dont l’importance n’a fait que croître avec le temps, sont aujourd’hui célébrées à juste titre. Sa formulation des conjectures principales de la théorie d’Iwasawa pour les représentations Galoisienne pas nécessairement ordinaires l’a mené à introduire l’application “logarithme en familles  $p$ -adiques” [6] (appelée souvent “application de Perrin-Riou”), un outil puissant pour établir des liens entre systèmes d’Euler et fonctions  $L$   $p$ -adiques associées. Le manuscrit [7], désormais une référence incontournable en théorie d’Iwasawa, illustre l’importance de l’application de Perrin-Riou. On doit également à Bernadette Perrin-Riou les premiers pas dans l’étude des systèmes d’Euler de rang supérieur [8], ainsi que la toute première analogie  $p$ -adique de la formule de Gross–Zagier [5], ouvrant des directions de recherche d’une richesse remarquable dont les retombées se font sentir jusqu’à maintenant. Ses travaux avec Jean-Marc Fontaine sur la conjecture de Bloch–Kato [1–4] ont mené à de nombreux progrès dans l’une des thématiques les plus importantes de la théorie des nombres – celle qui vise à relier les valeurs de fonctions  $L$  aux propriétés arithmétiques des motifs associés. Les contributions de Perrin-Riou continuent ainsi de servir de source d’inspiration pour maintes directions de recherche en arithmétique.

Un atelier célébrant les contributions de Perrin-Riou avait été prévu au Centre de Recherches Mathématiques à Montréal à l’automne 2020, et son annonce avait suscité une réaction enthousiaste de la part de la communauté en théorie d’Iwasawa. Cet atelier a malheureusement dû être reporté à deux reprises en raison de la pandémie, pour être finalement jumelé à un atelier sur les systèmes d’Euler au MSRI en janvier 2023.

La réaction enthousiaste à l’atelier du CRM a tout de même permis de produire deux numéros spéciaux des *Annales Mathématiques du Québec* consacrés à l’influence mathématique de Bernadette Perrin-Riou. Ces numéros recouvrent un large éventail de résultats nouveaux, allant de l’étude des fonctions  $L$   $p$ -adiques et des familles  $p$ -adiques de formes modulaires à la construction d’éléments spéciaux dans la cohomologie des représentations galoisiennes attachées aux courbes elliptiques et aux motifs plus généraux. Tous ces thèmes ont été fortement marqués par la philosophie de Perrin-Riou et l’influence de ses idées n’échappera pas au lecteur au fil des pages. C’est avec un grand plaisir que nous consacrons ces deux volumes à Bernadette Perrin-Riou, dont les travaux ont si fortement marqué l’évolution du sujet au cours des trois dernières décennies.

Henri Darmon  
Adrian Iovita  
Antonio Lei

## Special issues in honour of Bernadette Perrin-Riou

These two special issues of the *Annales Mathématiques du Québec* are dedicated to Bernadette Perrin-Riou on the occasion of her 65th birthday. Perrin-Riou is one of the leading pioneering figures in Iwasawa theory, and the perspectives she has infused into the subject are widely acclaimed. She proposed the first Iwasawa Main Conjecture for motives that are not necessarily ordinary, and a general approach based on her “big logarithm map” [6] (often refereed as the “Perrin-Riou map” nowadays), a far-reaching tool for establishing links between Euler systems and  $p$ -adic  $L$ -functions. The applications of the Perrin-Riou map have been extensively developed in her seminal manuscript [7], which is today a go-to reference on the subject. Perrin-Riou also initiated the study of higher rank Euler systems [8], which has inspired many further developments in this direction in this century. Likewise, her  $p$ -adic analogue of the Gross–Zagier formula proved in [5] has opened up a whole new area of investigation that remains active and fertile to the present day. Her collaboration with Jean-Marc Fontaine on the study of the Bloch–Kato conjecture [1–4] laid the groundwork for intensive research in one of the most challenging and important areas in Number Theory. All these, as well as many other important contributions of Perrin-Riou, continue to serve as a model and a guide for today’s research in Iwasawa Theory.

A workshop celebrating Perrin-Riou’s contributions had been planned at the CRM in Montreal in the Fall of 2020, drawing an enthusiastic response from the leading experts in the area and from the broader community. This workshop had to be twice postponed because of the pandemic, and was eventually folded into a workshop on Euler Systems at MSRI in January 2023. It was nonetheless decided early on to capitalise on the enthusiastic response to the planned CRM workshop to produce a special volume based on what might have transpired there.

The response from the Iwasawa Theory community to this initiative was positively overwhelming, resulting in these two issues of the *Annales Mathématiques du Québec* dedicated to the influence of Perrin-Riou. They gather contributions from many of the leading practitioners in Iwasawa theory, covering a vast array of new results, ranging from the study of  $p$ -adic  $L$ -functions and  $p$ -adic families of modular forms to the construction of special elements in the cohomology of Galois representations attached to elliptic curves and more general motives. All of these results are greatly marked by Perrin-Riou’s philosophy and the influence of her ideas will be evident to the reader. It is a great pleasure to dedicate these two issues to her.

Henri Darmon  
Adrian Iovita  
Antonio Lei

## References

1. Jean-Marc Fontaine and Bernadette Perrin-Riou, *Autour des conjectures de Bloch et Kato. I. Cohomologie galoisienne*, C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math. **313** (1991), no. 5, 189–196.
2. Jean-Marc Fontaine and Bernadette Perrin-Riou, *Autour des conjectures de Bloch et Kato. II. Structures motiviques  $f$ -closer*, C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math. **313** (1991), no. 6, 349–356.
3. Jean-Marc Fontaine and Bernadette Perrin-Riou, *Autour des conjectures de Bloch et Kato. III. Le cas général*, C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math. **313** (1991), no. 7, 421–428.
4. Jean-Marc Fontaine and Bernadette Perrin-Riou, *Autour des conjectures de Bloch et Kato: cohomologie galoisienne et valeurs de fonctions  $L$* , Motives (Seattle, WA, 1991), Proc. Sympos. Pure Math., vol. 55, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1994, pp. 599–706.
5. Bernadette Perrin-Riou, *Points de Heegner et dérivées de fonctions  $L$   $p$ -adiques*, Invent. Math. **89** (1987), no. 3, 455–510.
6. Bernadette Perrin-Riou, *Théorie d'Iwasawa des représentations  $p$ -adiques sur un corps local*, Invent. Math. **115** (1994), no. 1, 81–161.
7. Bernadette Perrin-Riou, *Fonctions  $L$   $p$ -adiques des représentations  $p$ -adiques*, Astérisque (1995), no. 229, 198.
8. Bernadette Perrin-Riou, *Systèmes d'Euler  $p$ -adiques et théorie d'Iwasawa*, Ann. Inst. Fourier (Grenoble) **48** (1998), no. 5, 1231–1307.

**Publisher's Note** Springer Nature remains neutral with regard to jurisdictional claims in published maps and institutional affiliations.