



# Experimentelle Untersuchung des Abwälzverhaltens von Beveloidverzahnungen mit lokal angepassten Verzahnungsdaten entlang der Zahnbreite

Daniel Marino<sup>1</sup> · Matthias Bachmann<sup>1</sup> · Hansgeorg Binz<sup>1</sup>

Eingegangen: 7. August 2021 / Angenommen: 9. Februar 2022 / Online publiziert: 16. März 2022  
© Der/die Autor(en) 2022

## Zusammenfassung

Zur Übertragung von Drehmoment und Drehzahl in beliebiger Achsanordnung eignen sich bei kleinem Achswinkel bis 30° Beveloidverzahnungen. Besonders die windschiefe Achslage bietet dabei Potenzial, Bauraum und Gewicht aufgrund eines möglichst direkten Leistungsfluss zu realisieren. Beveloidradpaarungen in nicht paralleler Achslage haben jedoch den Nachteil, dass aufgrund der geneigten Grundzylinder nur ein punktförmiger Kontakt vorliegt. Der auftretende Ease-Off kann ausschließlich durch komplexe Zahnflankenmodifikationen kompensiert werden, um so das Übertragungsverhalten zu verbessern. Zum Überprüfen der Wirksamkeit solcher Modifikation sind simulative Zahnkontaktanalysen unumgänglich. Zusätzlich sind Abwälzversuche erforderlich, um die simulativen Ergebnisse abzusichern. Durch Beveloidverzahnungen mit lokal angepassten Verzahnungsdaten entlang der Zahnbreite kann ein konjugierter Eingriff angenähert werden, was ein voll ausgebildetes Tragbild mit geringem Drehfehler in Kontaktsimulationen zeigt. In diesem Bericht sollen die vielversprechenden Ergebnisse der Kontaktsimulationen in Abwälzversuchen validiert werden. Zunächst wird mithilfe des Versuchskonzepts das Vorgehen definiert, um die Prüfstandsversuche durchzuführen und die erzielten Ergebnisse am Prüfstand mit den Simulationsergebnissen abzugleichen. Die exemplarisch ausgelegte Prüfverzahnung wird mittels Fünf-Achs-Fräsen gefertigt und kann mit drei Mikrogeometrien am Umfang verteilt ausgeführt werden. Zwei Ansätze zur Definition der Mikrogeometrien werden vorgestellt, mit denen ausgehend vom konjugierten Eingriff eine gezielte Positionierung und Skalierung des Tragbilds möglich ist. Die tatsächliche Zahnflankengeometrie wird topografisch vermessen und kann in Kontaktsimulationen untersucht werden. Der Vergleich zwischen diesen Simulationsergebnissen und den am Prüfstand ermittelten Ergebnissen zeigt beim Tragbild und lastfreien Drehfehlerverlauf eine hohe Übereinstimmung. Der Vergleich zwischen den Prüfstands- und Simulationsergebnissen validiert die analytische Berechnungsmethode zur Auslegung und Optimierung von Beveloidverzahnungen mit lokal angepassten Verzahnungsdaten entlang der Zahnbreite.

---

✉ Daniel Marino  
daniel.marino@iktd.uni-stuttgart.de

Matthias Bachmann  
matthias.bachmann@iktd.uni-stuttgart.de

Hansgeorg Binz  
hansgeorg.binz@iktd.uni-stuttgart.de

<sup>1</sup> Institut für Konstruktionstechnik und Technisches Design,  
Universität Stuttgart, Pfaffenwaldring 9, 70569 Stuttgart,  
Deutschland

## Experimental investigation of contact behavior of beveloid gears with locally adapted gearing data along the face width

### Abstract

Beveloid gears are used to transmit torque and speed in arbitrary axis positions with small shaft angles of up to 30°. In particular, the skewed axis position offers potential for saving space and weight. In general, beveloid gear pairs are subject to the disadvantage of having only point contact due to the inclined base cylinders. The resulting ease-off can only be compensated by complex tooth flank modifications. To verify the effectiveness of such modifications, simulative contact analyses are essential. In addition, rolling tests are required to validate the simulative results. Beveloid gears with local gearing data along the face width can be used to approximate conjugate meshing, resulting in a fully developed contact pattern with low transmission error in contact simulations. This paper aims to validate the promising simulation results in rolling tests. The test concept is used to set up the procedure for carrying out the tests and comparing the results obtained on the test rig with the simulation results. The gears are manufactured using five-axis milling and can be designed with three different microgeometries around the circumference. Two approaches for defining the microgeometries are presented, allowing targeted positioning and scaling of the contact pattern. The comparison between the simulation results and the results determined on the test rig show a high level of agreement for contact pattern and unloaded transmission error. In summary, the comparison between the rolling test and simulation validates the method for the design and optimization of beveloid gears with local gearing data.

## 1 Einleitung und Motivation

Beveloidverzahnungen können aufgrund der konischen Zahnform in beliebiger Achslage mit kleinem Achswinkel angeordnet werden. Die zueinander verkippten Grundkreiszyylinder führen dazu, dass im Allgemeinen beim Abwälzen ein Punktkontakt auf den Zahnflanken vorliegt. Der resultierende Ease-Off kann ausschließlich durch komplexe Zahnflankenmodifikationen kompensiert werden. Die Wirksamkeit solcher Modifikationen wird in simulativen Zahnkontaktanalysen geprüft, indem beispielsweise das Tragbild und der Drehfehler untersucht werden. Zur Validierung der Simulationsergebnisse und damit der vorgenommenen Zahnflankenmodifikationen sind jedoch Prüfstandsversuche erforderlich.

Die in den Beiträgen [12] und [13] des Verfassers dargestellte analytische Berechnungsmethode ermöglicht durch die lokale Anpassung der Verzahnungsdaten entlang der Zahnbreite ebenfalls die Kompensation des Ease-Offs. Die resultierende Mikrogeometrie wird in lastfreien Kontaktsimulationen untersucht und zeigt das Potenzial dieser Berechnungsmethode auf. Der große Vorteil neben dem konjugierten Eingriff mit evolventischer Zahnform ist die Vermeidung von iterativen Berechnungen.

Motiviert durch die vielversprechenden Simulationsergebnisse von modifizierten Beveloidradpaarungen in [13] wird eine experimentelle Untersuchung des Abwälzverhaltens durchgeführt, um die analytische Berechnungsmethode zu validieren. Hierzu wird ein Prüfstandsaufbau verwendet, mit dem eine windschiefe Achslage eingestellt werden kann.

## 2 Stand der Forschung

Beveloidverzahnungen gehören zu den teilungskonstanten Verzahnungen [17]. Im Gegensatz zur konstanten Profilverschiebung bei Zylinderrädern ändert sich bei einem Beveloidrad die Profilverschiebung linear entlang der Zahnbreite, sodass eine konische Zahnform entsteht. Beam [3] untersucht diese evolventische Sonderverzahnung und weist darauf hin, dass für nicht parallele Achslagen ein punktförmiger Flankenkontakt vorliegt.

Bereits Mitome [14] beschäftigt sich mit dem Abwälzverhalten von Beveloidverzahnungen. So untersucht er quasi lastfrei das Tragbild einer exemplarisch ausgelegten Prüfverzahnung. Durch Variation der Einbaubedingungen zeigt er den Einfluss von Achslageabweichungen auf die Tragbildlage. Simulative Untersuchungen des Übertragungsverhaltens von nicht modifizierten Beveloidverzahnungen werden von Liu und Tsay [10] vorgestellt, wobei sie den zuvor analytisch bestimmten Punktkontakt in der Simulation nachweisen. Sie berücksichtigen bei den Untersuchungen auch Achslageabweichungen und die resultierenden Verlagerungen auf der Zahnflanke. Wu et al. [26] betrachten die windschiefe Einbaulage mit annäherndem Linienkontakt in einer Drehrichtung. Sie berücksichtigen ebenfalls Achslageabweichungen und führen Parameterstudien durch, um den Einfluss der Verzahnungsdaten auf das Tragbild darzustellen. Die Wirksamkeit der Auslegungsmethode zeigt sie durch Abwälzversuche, indem die Tragbilder unter Last mit den Simulationsergebnissen verglichen werden.

Aufbauend auf dem Punktkontakt bei nicht modifizierten Beveloidverzahnungen haben sich viele Arbeiten mit der Optimierung der Zahnflankengeometrie beschäftigt. Ziel ist es, bei einer möglichst drehfehleroptimalen Mikrogeome-

trie durch Vergrößern des Kontaktbereichs das Übertragungsverhalten zu verbessern, u. a. [1, 5, 6, 8, 15, 16, 20]. Zur Kompensation des auftretenden Ease-Offs sind komplexe Zahnflankenmodifikationen erforderlich, deren Einfluss sich in analytischen oder FE-basierten Kontaktsimulationen darstellen lässt [6]. Um die Ergebnisse der Simulationen zu validieren, werden Abwälzversuche von exemplarisch ausgelegten Prüfverzahnungen durchgeführt [1, 6, 16, 25].

Börner et al. [5] untersuchen mittels Kontaktsimulationen den Ease-Off von Beveloidradpaarungen. Ausgehend vom Ease-Off werden topologische Modifikationen abgeleitet, die mit herkömmlichen Verzahnungsmaschinen fertigbar sind.

Auf Grundlage der FE-basierten Zahnkontaktanalyse von Hemmelmann [7] können im Programmsystem ZaKo3D unter anderem Beveloidverzahnungen untersucht werden. Das Programm wird in [6, 16] für die simulative Untersuchung verwendet. So entwickelt Röthlingshöfer [16] eine zweistufige Auslegungsmethodik für Beveloidverzahnungen. Die Definition der Mikrogeometrie erfolgt über Variantenrechnungen, indem die Zahnflankengeometrie so angepasst wird, dass das Übertragungsverhalten aus der Kontaktanalyse mit den definierten Zielgrößen bestmöglich übereinstimmt. Zur Validierung der Methodik werden Prüfstandsversuche durchgeführt, bei denen Tragbilder und Drehfehler aufgezeichnet und mit den Simulationsergebnissen verglichen werden. Neben lastfreien Abwälzversuchen erfolgt auch eine Untersuchung unter Last. Brimmers stellt in [6] einen Ansatz mit mathematisch beschreibbaren Zahnflankenmodifikationen vor, um das Übertragungsverhalten von Beveloidradpaarungen zu optimieren. In Kontaktsimulationen kann das Potenzial dieses Ansatzes gezeigt werden, da die mittels freien Zahnflankenmodifikationen optimierte Geometrie ein ähnliches Übertragungsverhalten wie eine konjugierte Zahnflankengeometrie aufweist. Die experimentellen Ergebnisse für den Drehfehler und das Tragbild unter Last stimmen gut mit den Simulationsergebnissen überein und bestätigen somit die Wirksamkeit der freien Zahnflankenmodifikationen. Topologische Zahnflankenmodifikationen wendet auch Zimmer [27] an, um das Übertragungsverhalten von Beveloidverzahnungen simulativ zu optimieren. Mit einer Closed-Loop-Analyse kann in lastfreien Zahnkontaktanalysen das Tragbild gezielt vergrößert werden.

Komatsubara et al. [8, 9] stellen eine hohlballige Modifikation über der Zahnbreite vor, die jedoch nur für geradverzahnte Beveloidräder zielführend anwendbar ist. Zur Validierung am Prüfstand werden Testräder mit einer doppelkegeligen Schleifscheibe gefertigt. Auch Liu et al. [11] untersuchen simulativ Beveloidräder mit Zahnflankenmodifikationen, die quadratisch in Richtung der Zahnbreite und -höhe ausgeführt werden. Simulative Untersuchungen mit Verformungen der Welle und Abweichungen der Einbaula-

ge werden durchgeführt, um die Sensitivität der modifizierten Beveloidradpaarungen darzustellen.

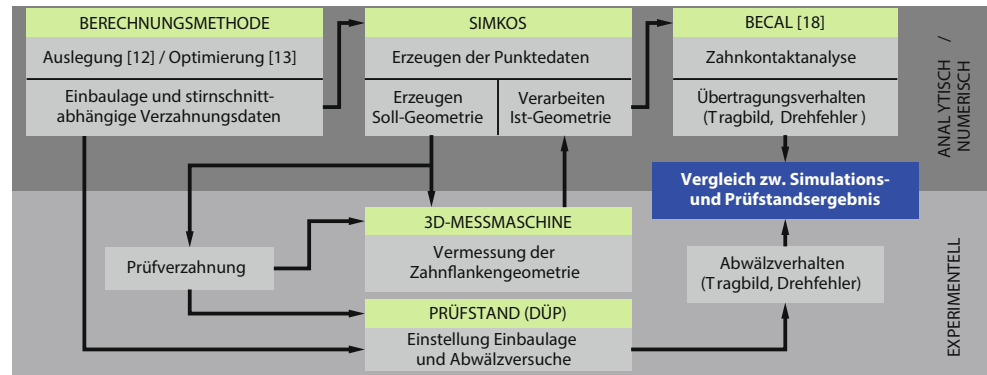
Basierend auf den Ergebnissen von [24] untersucht Winkler [25] hohlballig korrigierte Beveloidverzahnungen an einem Schiffsgetriebeprüfstand. Die Breitenballigkeit führt zu einem vergrößerten Tragbild, sodass Versuche unter Last eine erhöhte Tragfähigkeit der modifizierten Räder nachweisen. Darüber hinaus bestätigt er die in der Literatur beschriebene Unempfindlichkeit gegenüber Lageabweichungen und zeigt durch Schallmessungen, dass die Zahnflankengeometrie einen wesentlichen Einfluss auf das Geräuschverhalten besitzt.

Alxneit [1] optimiert Beveloidverzahnungen in einem zweistufigen Vorgehen. Die endgültige Mikrogeometrie wird unter Berücksichtigung eines definierten Betriebspunkts durch eine Korrekturgeometrie definiert. Zur experimentellen Untersuchung wird ein Drehübertragungsprüfstand (DÜP) für die schneidende Achslage entwickelt. Für die Validierung wird eine Beveloidradpaarung lastfrei abgewälzt und die ermittelten Tragbilder und Drehfehlerverläufe mit den Simulationsergebnissen verglichen. Beck [4] erweitert den Prüfstand um eine statische Lastaufbringung, sodass er eine entwickelte Methode zur Bestimmung der Zahnfußspannung experimentell validieren kann.

Eine grundlegende Erweiterung des Prüfstandsbaus aus [1] erfolgt von Schöler [19] und bildet den in diesem Beitrag verwendeten Stand ab. Schöler leitet einen Berechnungsansatz zur Dimensionierung und Auslegung der Makrogeometrie in der windschiefen Achslage her. In Abwälzversuchen am DÜP werden die Tragbilder nicht modifizierter Beveloidverzahnungen ermittelt und mit den Simulationsergebnissen aus BECAL [18] verglichen. Auch Traut [20] verwendet BECAL zur Durchführung von Kontaktanalysen modifizierter Beveloidverzahnungen. Er leitet einen analytischen Ansatz für Beveloidverzahnungen in schneidender Achslage her, bei dem die Profilverschiebung entlang der Zahnbreite angepasst wird. Dadurch wird in jeder Breitenposition ein spielfreier Eingriff ermöglicht und so ein komplett ausgebildetes Tragbild erzielt. Die modifizierte Zahnflankengeometrie wird stirnschnittweise entlang der Stirnschnittbezugskurve (SBK) über ein Bezugsprofil festgelegt, dessen Stirnschnittgeometrie von den lokalen Verzahnungsdaten abhängt.

Marino et al. [12, 13] leiten ebenfalls eine analytische Berechnungsmethode mit lokal angepassten Verzahnungsdaten entlang der Zahnbreite her, um bei Beveloidverzahnungen in windschiefer Achslage einen konjugierten Eingriff anzunähern. In simulativen Untersuchungen mit BECAL kann die Wirksamkeit der Zahnflankenmodifikationen gezeigt werden.

**Abb. 1** Versuchskonzept zur Validierung der Berechnungsmethode



### 3 Zielsetzung und Vorgehensweise

Der Stand der Forschung zeigt mehrere Arbeiten, die sich mit simulativen und experimentellen Untersuchungen von Beveloidradpaarungen befassen. Simulative Kontaktanalysen werden verwendet, um das komplexe Eingriffsverhalten von Beveloidradpaarungen abzubilden und so beispielsweise das Potenzial von Zahnflankenmodifikationen oder die Auswirkungen von abweichungs- und lastbedingten Verlagerungen darzustellen. Mit den Abwälzversuchen am Prüfstand sollen die gewonnenen Erkenntnisse aus der Simulation abgesichert werden. So führen beispielsweise Röthlingshöfer [16] und Brimmers [6] Abwälzversuche mit modifizierten Beveloidradpaarungen durch und bestätigen mithilfe von Prüfstandsergebnisse die vorgestellten Simulationen. Auch Schöler [19] untersucht ausgelegte Beveloidradpaarungen, indem er die ermittelte Tragbildlage und -größe am Prüfstand mit den Ergebnissen aus den Kontaktanalysen vergleicht. Traut [20] führt Kontaktanalysen von Beveloidradpaarungen mit lokalen Verzahnungsdaten entlang der Zahnbreite durch, um das Potenzial der stirnschnittweise modifizierten Verzahnungen aufzuzeigen. Es fehlen jedoch Prüfstandsversuche, um das Abwälzverhalten zu bestätigen. Bisher wird das Übertragungsverhalten von Beveloidradpaarungen mit lokalen Verzahnungsdaten [13, 20] entlang der Zahnbreite ausschließlich in simulativen Kontaktanalysen untersucht.

In diesem Bericht werden am institutseigenen Drehübertragungsprüfstand (DÜP) lastfreie Abwälzversuche mit einer stirnschnittweise optimierten Beveloidradpaarung durchgeführt. Ziel ist es, die experimentell ermittelten Tragbilder und Drehfehlerverläufe mit den Simulationsergebnissen zu vergleichen und so die Berechnungsmethode aus [12, 13] zu validieren. Abb. 1 zeigt dazu das entwickelte Versuchskonzept. Zunächst wird über die Berechnungsmethode eine modifizierte Beveloidradpaarung ausgelegt [12, 13]. Der Ansatz ist als Rechenkern umgesetzt und kann von der institutseigenen Software SimKoS ausgeführt werden. In SimKoS können die Punktedaten für die Kontaktanalyse in BECAL [18] oder zur Vermessung an der 3D-

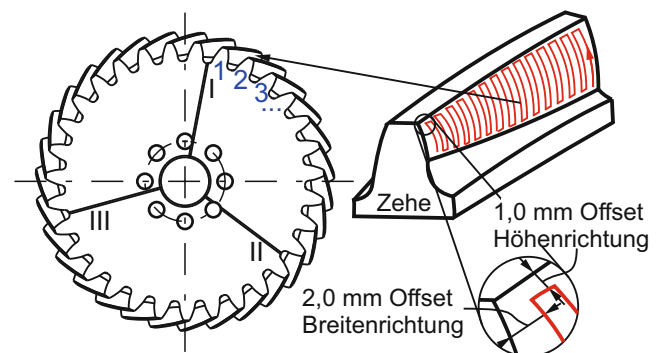
Koordinatenmessmaschine erzeugt werden. Mit diesen Daten werden die Beveloidräder mittels Fünf-Achs-Fräsen gefertigt und anschließend vermessen, um die tatsächliche Zahnflankengeometrie in einer Kontaktanalyse zu untersuchen. Abschließend erfolgt der Vergleich zwischen den Simulations- und Prüfstandsergebnissen. Diese Vorgehensweise entspricht dem Vorgehen in [6].

### 4 Definition der Prüfverzahnung

Bei der Auslegung der Prüfverzahnungen sind die Einschränkungen am Prüfstand zu berücksichtigen. Die ausgelegten Verzahnungen werden anschließend vermessen und die tatsächliche Zahnflankengeometrie in Kontaktanalysen untersucht. Zur Kontrolle werden die Ergebnisse der Tragbilder und Drehfehlerverläufe mit den Simulationsergebnissen der ausgelegten Verzahnung verglichen.

#### 4.1 Auslegung der Prüfverzahnung

An dem verwendeten Drehübertragungsprüfstand (DÜP) sind folgende geometrische Randbedingungen bei der Auslegung der Prüfverzahnung zu beachten:



**Abb. 2** Segmentierte Prüfverzahnung mit Messstrategie auf der Zahnflanke

**Tab. 1** Verzahnungsdaten der Prüfverzahnung

| Einbaulage  |            |               | Rad 1 | Rad 2  |
|---|------------|---------------|-------|--------|
| Achswinkel  | $\Sigma$   | °             | 15    |        |
| Achsversatz   | a          | mm            | 100   |        |
| Verdrehflankenspiel                                   | $j_t$      | $\mu\text{m}$ | 125   |        |
| <i>Hauptverzahnungsdaten nach [12]</i>                |            |               |       |        |
| Normalmodul   | $m_n$      | mm            | 5     |        |
| Zähnezahl   | z          | –             | 31    | 37     |
| Zahnbreite  | b          | mm            | 52    | 50     |
| Profilverschiebung                                    | $x_c$      | –             | 0,6   | 0,4    |
| Konuswinkel   | $\theta_p$ | °             | 9     | 5,65   |
| Schrägungswinkel                                      | $\beta_p$  | °             | 20    | –11,92 |
| <i>Optimierung der Zahnflankengeometrie nach [13]</i> |            |               |       |        |
| Modifikationsaufteilung                               | $k'$       | –             | 0,3   |        |
| Verzahnungssegment I                                  | –          | –             | keine |        |
| Verzahnungssegment II                                 | $C_b$      | $\mu\text{m}$ | 0/0   | –25/0  |
| Zahnflankenmodifikation an der SBK (LF/RF)            | $C_{Hb}$   | $\mu\text{m}$ | –60/0 | 0/0    |
|   | $C_{ob}$   | $\mu\text{m}$ | 15/0  | 0/0    |
| Verzahnungssegment III                                | $j_{tb}$   | $\mu\text{m}$ | –20   |        |
| Zahnflankenmodifikation mit Verdrehflankenspiel       | $j_{tH}$   | $\mu\text{m}$ | –50   |        |
|   | $j_{t0}$   | $\mu\text{m}$ | 25    |        |

- Max. Achsversatz:  $a_{\text{max}} = 200 \text{ mm}$
- Max. Achswinkel:  $\Sigma_{\text{max}} = 40^\circ$
- Min. Fußkreisdurchmesser:  $d_{f,\text{min}} = 100 \text{ mm}$
- Max. Zahnbreite:  $b_{\text{max}} = 60 \text{ mm}$

Abb. 2 zeigt eine segmentierte Prüfverzahnung mit jeweils drei unterschiedlichen Zahnflankengeometrien am Umfang verteilt. Die mittels Fünf-Achs-Fräsen hergestellte Verzahnung ermöglicht, dass theoretisch bis zu sechs unterschiedliche Mikrogeometrien realisiert werden können. Die besondere Herausforderung bei der Wahl der Mikrogeometrie besteht darin, dass jede Variante mit den drei Varianten des Gegenrads ohne Klemmen oder Kantentragen abwälzt. Dies ist zwingend erforderlich, da zur Messung des Drehfehlerverlaufs eine komplette Raddrehung durchzuführen ist.

In Anlehnung an die simulativen Untersuchungen in [13] werden die Hauptverzahnungsdaten nach Tab. 1 festgelegt. Dabei wird Rad 1 komplett vorgegeben und Rad 2 so be-

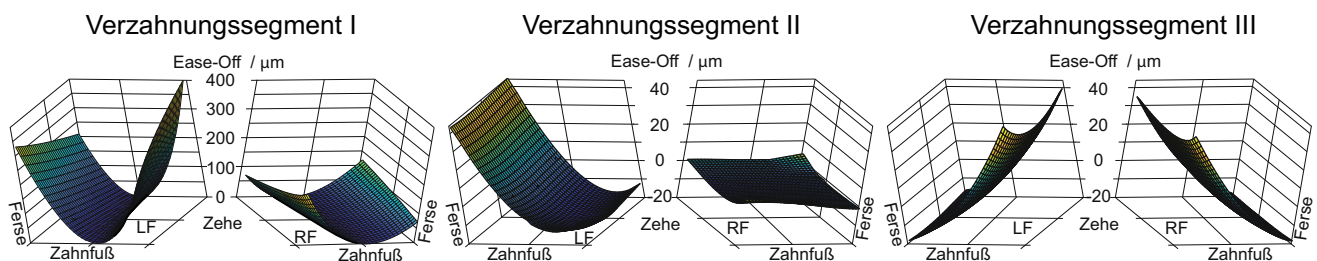
stimmt, dass die vorgegebene Einbaulage mit einem Verdrehflankenspiel von  $j_t = 125 \mu\text{m}$  erzielt wird.

Am Verzahnungssegment I findet keine Modifikation der Beveloidradpaarung statt, sodass hier ein punktförmiger Kontaktbereich in der Zahnbreitenmitte vorliegt. Für die Definition der Zahnflankengeometrien von Segment II und III werden zunächst die Verzahnungsdaten entlang der Zahnbreite so angepasst, dass ein konjugierter Eingriff angenähert wird [13]. Darauf aufbauend werden zusätzliche Flankenmodifikationen überlagert, um eine gezielte Positionierung und Skalierung des Tragbilds umzusetzen. Der resultierende Ease-Off jedes Verzahnungssegments ist in Abb. 3 dargestellt.

Am Verzahnungssegment II wird die Stirnschnittbezugs-kurve (SBK) durch Modifikationen so angepasst, dass auf der Linksflanke eine Flankenlinien-Winkelmodifikation  $C_{Hb}$  und eine Balligkeit  $C_b$  vorliegt [20]. Auf der Rechtsflanke soll dagegen der angenäherte konjugierte Eingriff nicht geändert werden. Der große Vorteil bei der Anpassung der SBK besteht darin, dass die Zahnflankenmodifikationen in Zahnbreitenrichtung beliebig auf die Räder und Zahnflanken verteilt werden können. Eine neu vorgestellte Möglichkeit die Mikrogeometrie zu modifizieren, ist ein veränderliches Verdrehflankenspiel entlang der Zahnbreite zu berücksichtigen. Bei Segment III wird das Tragbild über ein veränderliches Verdrehflankenspiel entlang der normierten Zahnbreite  $\zeta$  nach Gl. 1 eingestellt. Dabei kann das Tragbild durch den quadratischen Anteil  $j_{tb}$  in der Zahnbreitenmitte positioniert und durch den linearen Anteil  $j_{tH}$  in Richtung Zehe oder Ferse verschoben werden.

$$j_t(\zeta) = 4 \cdot j_{tb} \cdot (\zeta - 0,5)^2 + j_{tH} \cdot (\zeta - 0,5) + j_{t0} \quad \zeta \in [0, 1] \quad (1)$$

Mit den Ansätzen zur Definition von Zahnflankenmodifikationen an der SBK (Segment II) und über das Verdrehflankenspiel (Segment III) können durch Erhöhen des Polynomgrads stetige Modifikationen in Zahnbreitenrichtung abgebildet werden.



**Abb. 3** Ease-Off der ausgelegten Verzahnungssegmente

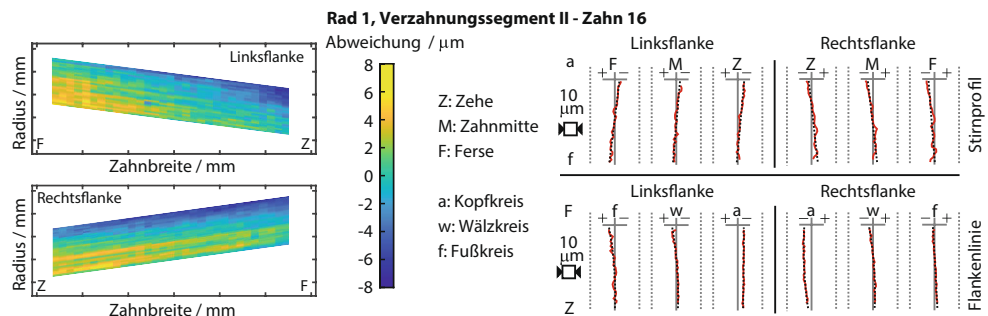
## 4.2 Vermessung der Prüfverzahnung

An der 3D-Koordinatenmessmaschine Zeiss Prismo 7 wird die komplexe Zahnflankengeometrie der Prüfverzahnung erfasst. Mit einem Punkteraster der Auflösung  $35 \times 35$  werden die äquidistant angeordneten Messpunkte mäanderförmig in Stirnprofilrichtung abgetastet, wie beispielhaft in Abb. 2 zu sehen ist. Für die spätere Auswertung ist zu beachten, dass die Soll-Geometrie zur Vermessung in Zahnhöhenrichtung und -breitenrichtung reduziert ist. Hierzu wird wie in Abb. 2 dargestellt ein Offset von 1,0 mm in Höhen- und 2,0 mm in Breitenrichtung berücksichtigt. Dies ist erforderlich, um Randeffekte bei der Vermessung zu vermeiden [23].

Die Zähne werden ausgehend von der Markierung im Verzahnungssegment I im Uhrzeigersinn nummeriert. Je Verzahnungssegment werden zwei Zähne mindestens viermal vermessen. Abb. 4 zeigt exemplarisch für das Verzahnungssegment II von Rad 1 die topografische Darstellung der Abweichungen und die Messschriebe. Für die Messschriebe werden je Zahnflanke drei Schnitte in Stirnprofil- und Flankenlinienrichtung betrachtet [2]. In Stirnprofilrichtung werden die Stirnschnitte an Zehe (Z), Mitte (M) und Ferse (F) und in Flankenlinienrichtung auf Höhe des Kopfkreis- (a), Wälzkreis- (w) und Fußkreisradius (f) ausgewertet. Sowohl in der topografischen Darstellung als auch in den Messschrieben ist auf beiden Zahnflanken in Stirnprofilrichtung eine Winkelabweichung und eine ungewollte Balligkeit erkennbar. In Flankenlinienrichtung fallen die Abweichungen geringfügig aus.

Insgesamt sind bei beiden Prüfrädern die Abweichungen in Stirnprofilrichtung größer als in Flankenlinienrichtung. Die Abweichungen in Stirnprofilrichtung führen tendenziell zu einer Vergrößerung des Eingriffswinkels. Die Drehfehlerverläufe in Abb. 5 zeigen, dass dadurch der Maximalwert des Drehfehlers bei der vermessenen Zahnflankengeometrie etwa doppelt so groß ist.

**Abb. 4** Topografische Darstellung und Messschrieb von Rad 1, Verzahnungssegment II

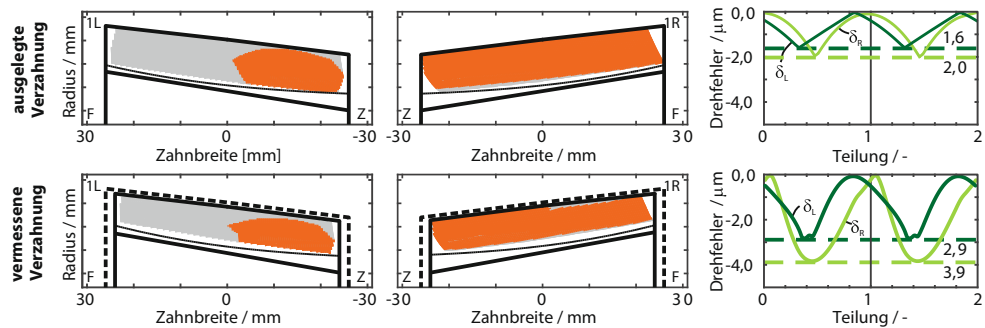


## 4.3 Kontaktsimulation mit der vermessenen Prüfverzahnung

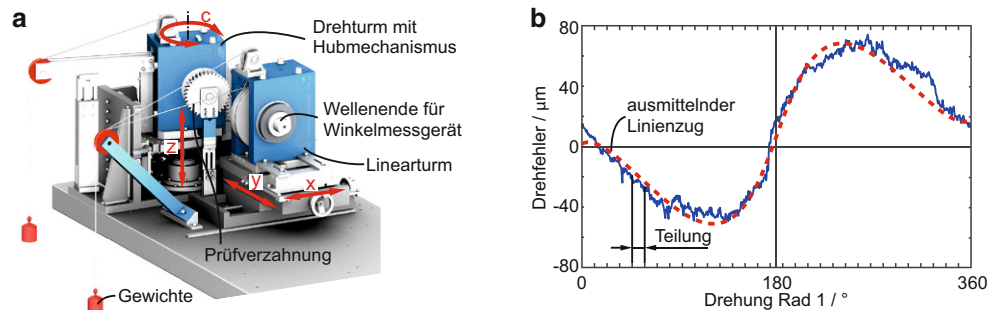
Die gemessene Ist-Geometrie der Zahnflanke kann in Sim-KoS importiert und in Form von Punktedaten verwendet werden. Diese dienen in BECAL als Stützpunkte zur Definition einer Ausgleichsfläche mit einem Polynomgrad von neun. Für die Kontaktsimulation in BECAL benötigt diese Fläche einen Flanken- und Fußbereich. An die gemessene Zahnflankengeometrie wird daher eine analytische Fußgeometrie modelliert, deren Zahnfuß voll ausgerundet ist und einen tangentialen Übergang an die gemessene Geometrie besitzt. Dies ist zulässig, da durch die Auslegung sichergestellt ist, dass kein Eingriff im Zahnfußbereich stattfindet. Abb. 5 stellt exemplarisch die lastfreien Simulationsergebnisse der ausgelegten und vermessenen Zahnflankengeometrie von Verzahnungssegment II dar. Die Tragbilder werden mit einem Kontaktabstand von kleiner als  $6 \mu\text{m}$  eingefärbt. Die Zuordnung der Tragbilder in Abb. 5 erfolgt über 1L für Links- und 1R für Rechtsflanke von Rad 1. In Zahnbreitenrichtung ist die Zehe durch Z und die Ferse durch F gekennzeichnet. Bei den Simulationsergebnissen der vermessenen Verzahnung ist die tatsächliche Zahnbreite und -höhe gestrichelt dargestellt. Der geometrische Drehfehler auf der rechten Seite wird mithilfe von 32 Wälzstellungen je Teilung diskretisiert [18].

Nach Tab. 1 wird dem konjugierten Eingriff auf der Linksflanke über die Anpassung der SBK eine Balligkeit und Winkelmodifikation in Flankenlinienrichtung überlagert. Dies positioniert das skalierte Tragbild im Bereich der Zehe. Die Rechtsflanke wird von der angepassten SBK nicht beeinflusst, sodass hier ein konjugierter Eingriff angenähert wird. Der Vergleich zwischen den Tragbildern und Drehfehlerverläufen der ausgelegten und vermessenen Zahnflankengeometrien verdeutlicht die Auswirkungen der Fertigungsabweichungen. So stimmen die Tragbilder aufgrund der geringen Flankenlinienabweichungen sehr gut überein. Beim Drehfehlerverlauf sind hingegen deutliche Unterschiede im maximalen Wert erkenntlich. Dies kann auf einen Stirnprofil-Formfehler (Balligkeit) und einen Stirnprofil-Winkelfehler zurückgeführt werden.

**Abb. 5** Simulationsergebnisse der ausgelegten und vermessenen Zahnflankengeometrie von Verzahnungssegment II



**Abb. 6 a** Drehübertragungsprüfstand (DÜP), **b** Drehfehler und ausmittelnder Linienzug über kompletter Raddrehung



## 5 Versuchsvorbereitung und -durchführung

Zur Durchführung der Prüfstandsversuche sind die Einbaumaße unter Berücksichtigung der Einbautoleranzen einzustellen. Bei der Durchführung werden für jedes Verzahnungssegment in beiden Drehrichtungen die Tragbilder und Drehfehlerverläufe aufgezeichnet und so verarbeitet, dass ein Vergleich mit den Simulationsergebnissen möglich ist.

### 5.1 Vorbereitung der Abwälzversuche

Abb. 6a zeigt den verwendeten Prüfstand mit dem Dreh- und Linearturm. Dieser ermöglicht die stufenlose Einstellung der Einbaulage [19]. Zur Einstellung der Einbaulage werden Messuhren verwendet, die aufgrund der Messgenauigkeit zu Einbautoleranzen führen. Bei nicht modifizierten Beveloidradpaarungen (hier: Verzahnungssegment I) wirken sich diese Abweichungen vernachlässigbar gering auf das Tragbild und den Drehfehler aus. Das modifizierte Verzahnungssegment II mit einem angenähert konjugierten Eingriff reagiert jedoch sensibel auf die Einbautoleranzen insbesondere beim Achswinkel. Aufgrund der vorliegenden Einbautoleranzen wird die Einbaulage durch Ermittlung des Tragbilds des modifizierten Verzahnungssegments II kontrolliert und ggf. angepasst. Diese Einstellung der Einbaulage bleibt für alle Untersuchungen an der Prüfverzahnung unverändert.

Nachdem die Einbaulage eingestellt ist, werden Winkelmeßgeräte RPN 886 der Fa. Heidenhain an beiden Wellenenden befestigt. Der aufgezeichnete Drehwinkel wird in

einem Messprogramm verarbeitet, sodass ein Vergleich zu den simulierten Ergebnissen des Drehfehlers möglich ist.

### 5.2 Versuchsdurchführung und Ermittlung des Abwälzverhaltens

Bei der Versuchsdurchführung werden die Tragbilder und Drehfehlerverläufe nacheinander ermittelt. Zur Erfassung des Tragbilds werden die Zahnflanken in Anlehnung an VDI 2609 [22] vorbereitet. Für die lastfreie Prüfung ist darauf zu achten, dass die Zahnflanken quasi lastfrei abwälzen. Voruntersuchungen am Prüfstand ergaben, dass eine Handkraft von knapp 50 N erforderlich ist, um mit den angebrachten Gewichten in Abb. 6a ein gleichmäßiges Abwälzen ohne Abheben durchzuführen. Als Kontrastmittel wird eine Tuschierpaste verwendet, mit der nach vorgeschriebener Vorbehandlung der Zahnflanke und des Pinsels eine Schichtdicke von 5–12 μm realisiert werden kann [22]. Die Dokumentation und Auswertung der erfassten Tragbilder wird fotografisch durchgeführt, wobei die Verzerrung aufgrund der Krümmung in Stirnprofil- und Flankenrichtung nachträglich digital bearbeitet wird.

Die Gewichte stellen sicher, dass sich beim Aufzeichnen des Drehfehlers entweder die Links- oder Rechtsflanken ständig im Eingriff befinden. Die Vorgehensweise kann VDI 2608 [21] entnommen werden. Wie in Abb. 6b dargestellt wird mittels einer Umdrehung ein ausmittelnder Linienzug über ein Polynom 6. Grades nach [21] aufgezeichnet, um die langwelligen Anteile zu ermitteln. Durch die

Mittelung über eine Teilung werden analog zur Kontaktsimulation die kurzwelligen Anteile ausgewertet.

### 6 Vergleich der Prüfstands- und Simulationsergebnisse

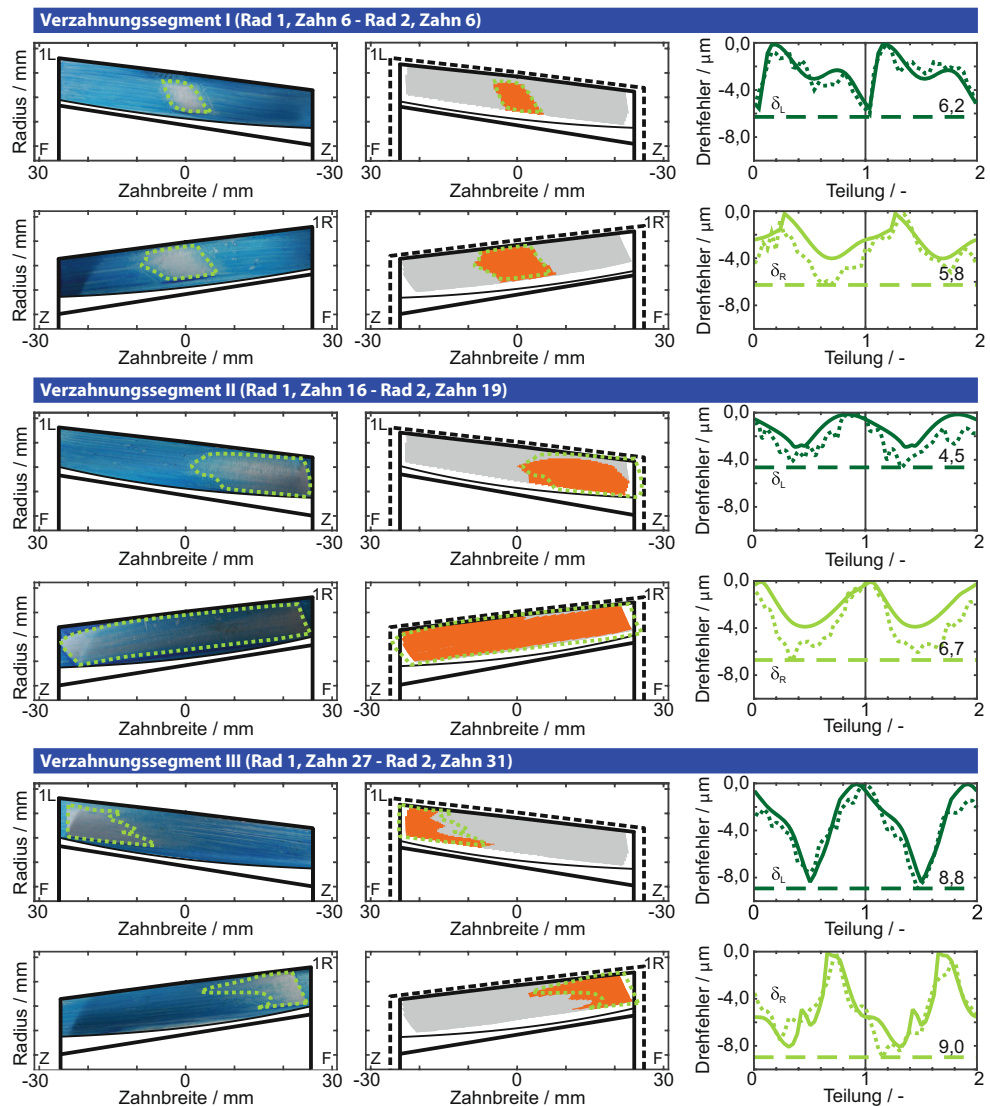
Die ermittelten Tragbilder und Drehfehlerverläufe am Prüfstand werden mit den lastfreien Simulationsergebnissen aus BECAL [18] verglichen. Abb. 7 fasst die Ergebnisse der Prüfverzahnung zusammen. Für jedes Verzahnungssegment befinden sich die Ergebnisse der Linksflanke oben und der Rechtsflanke unten. Links sind die am Prüfstand ermittelten und in der Mitte die simulierten Tragbilder von Rad 1 dargestellt.

Der grün umrandete Bereich kennzeichnet die Kontaktfläche beim Abwälzversuch und wird mit dem Ergebnis aus der Kontaktsimulation verglichen. Wie in Abb. 5 besitzen

die Simulationsergebnisse mit der vermessenen Zahnflankenengeometrie eine geringere Zahnbreite und -höhe, weshalb die tatsächliche Berandung gestrichelt angedeutet wird. In den rechten Diagrammen sind die Drehfehlerverläufe über zwei Teilungen gegenübergestellt. Die simulativ ermittelten Verläufe sind durchgezogen und die experimentell ermittelten Verläufe gepunktet dargestellt. Die mit dem Winkelmessgerät aufgezeichnete Drehwinkeldifferenz wird auf den Teilkreis von Rad 2 umgerechnet, um so einen Vergleich mit den simulierten Drehfehlerverläufen zu ermöglichen.

Für das nicht modifizierte Verzahnungssegment I sind die Tragbilder aus Simulation und Abwälzversuch auf Links- und Rechtsflanke deckungsgleich. Die Drehfehlerverläufe auf der Linksflanke stimmen qualitativ und quantitativ gut überein. Die Verläufe zeigen zunächst eine Beschleunigung von Rad 2. Die nachfolgende Verzögerung fällt schwächer aus und zeigt eine Plateaubildung. Bei der Rechtsflanke ist

Abb. 7 Vergleich der Prüfstands- und Simulationsergebnisse





der Maximalwert des Drehfehlers größer als der simulierte Verlauf. Trotzdem zeigen beide Verläufe ähnliche charakteristische Merkmale.

Das modifizierte Verzahnungssegment II ist so angepasst, dass auf der Linksflanke ein Tragen im Bereich der Zehe und auf der Rechtsflanke ein komplett ausgebildetes Tragbild erzielt wird. Der Abwälzversuch am DÜP bestätigt die ausgelegte Modifikation für beide Drehrichtungen. Das über die komplette Zahnbreite ausgebildete Tragbild auf der Rechtsflanke liegt sowohl im Abwälzversuch als auch in der Kontaktsimulation vor. Wie bereits bei Verzahnungssegment I ähneln sich die Drehfehlerverläufe qualitativ. Die am Prüfstand ermittelten Verläufe besitzen auch hier größere Maximalwerte.

Die Zahnflankengeometrie von Verzahnungssegment III ist mittels einem veränderlichen Verdrehflankenspiel entlang der Zahnbreite nach Gl. 1 modifiziert. Die Tragbilder der Abwälzversuche und Kontaktsimulation besitzen eine ähnliche Form. Der Kontakt findet jeweils im Bereich der Ferse statt, wobei auf der Linksflanke das Tragbild am Zahnfuß und auf der Rechtsflanke am Zahnkopf ausgeprägter ist. Die simulierten und experimentell ermittelten Drehfehlerverläufe gleichen sich im Verlauf und Maximalwert.

Die Ergebnisse in Abb. 7 legen den Schluss nahe, dass das vorgestellte Versuchskonzept zweckmäßig ist, da die Prüfstands- und Simulationsergebnisse bis auf die Maximalwerte der Drehfehlerverläufe auf der Rechtsflanke gut übereinstimmen. Mit Verzahnungssegmenten II und III wird zudem nachgewiesen, dass modifizierte Beveloidradpaarungen mit lokalen Verzahnungsdaten auch im Abwälzversuch am Prüfstand einen annähernd konjugierten Eingriff bzw. gezielt positionierte und skalierte Tragbilder besitzen.

## 7 Zusammenfassung und Ausblick

In diesem Bericht wird eine exemplarisch ausgelegte Beveloidradpaarung mit lokalen Verzahnungsdaten entlang der Zahnbreite an einem Drehübertragungsprüfstand untersucht. Hierzu wird zunächst ein Versuchskonzept vorgestellt, welches einen Vergleich der Simulations- und Prüfstandsergebnisse ermöglicht.

Die mithilfe der Berechnungsmethode aus [13] modifizierte Beveloidradpaarung wird durch Fünf-Achs-Fräsen gefertigt, was eine Herstellung von segmentierten Rädern ermöglicht. Dies hat den großen Vorteil, dass mit einer Prüfradpaarung mehrere Mikrogeometrien in Abwälzversuchen geprüft werden können. Die Definition der Mikrogeometrien erfolgt entweder über die Anpassung der Stirnschnittbezugskurve oder über ein veränderliches Verdrehflankenspiel entlang der Zahnbreite. Mit beiden Ansätzen lässt sich das Tragbild gezielt positionieren und skalieren. Die tatsächlich gefertigten Zahnflankengeometrien werden

an einer 3D-Koordinatenmessmaschine vermessen und mithilfe von SimKoS so verarbeitet, dass eine Kontaktsimulation in BECAL möglich ist. Die Simulationsergebnisse dienen als Vergleich für die am Prüfstand ermittelten Tragbilder und Drehfehlerverläufe. Die Prüfstands- und Simulationsergebnisse für das Tragbild und den Drehfehlerverlauf stimmen insgesamt gut überein. Einzig die am Prüfstand ermittelten Drehfehlerverläufe auf der Rechtsflanke besitzen größere Maximalwerte. Die Auswertung der Ergebnisse weist zum einen nach, dass das Versuchskonzept zielführend ist und zum anderen validiert der Vergleich zwischen den Prüfstands- und Simulationsergebnissen die Berechnungsmethode aus [13].

Aufbauend auf den vorgestellten Ergebnissen erfolgt eine statistische Auswertung der Drehfehlerverläufe, um eine qualitative und quantitative Aussage zu ermöglichen. Weiterhin sind noch Prüfstandsversuche mit weiteren Prüfverzahnungen geplant, um unter Berücksichtigung der geometrischen Grenzen des Prüfstands weitere modifizierte Beveloidradpaarungen zu untersuchen und so die Wirksamkeit der Berechnungsmethode nachzuweisen.

**Förderung** Die Autoren danken der Deutschen Forschungsgemeinschaft für die Bereitstellung der finanziellen Mittel zur Durchführung des den vorgestellten Ergebnissen zugrundeliegenden Forschungsprojekts (Projektnummer 426043448).



**Funding** Open Access funding enabled and organized by Projekt DEAL.

**Open Access** Dieser Artikel wird unter der Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz veröffentlicht, welche die Nutzung, Vervielfältigung, Bearbeitung, Verbreitung und Wiedergabe in jeglichem Medium und Format erlaubt, sofern Sie den/die ursprünglichen Autor(en) und die Quelle ordnungsgemäß nennen, einen Link zur Creative Commons Lizenz beifügen und angeben, ob Änderungen vorgenommen wurden.

Die in diesem Artikel enthaltenen Bilder und sonstiges Drittmaterial unterliegen ebenfalls der genannten Creative Commons Lizenz, sofern sich aus der Abbildungslegende nichts anderes ergibt. Sofern das betreffende Material nicht unter der genannten Creative Commons Lizenz steht und die betreffende Handlung nicht nach gesetzlichen Vorschriften erlaubt ist, ist für die oben aufgeführten Weiterverwendungen des Materials die Einwilligung des jeweiligen Rechteinhabers einzuholen.

Weitere Details zur Lizenz entnehmen Sie bitte der Lizenzinformation auf <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.de>.

## Literatur

1. Alxneit H (2010) Optimierung des Übertragungsverhaltens konischer Außenstirnräder mit kreuzenden Achsen. Dissertation. Universität Stuttgart, Stuttgart
2. Bachmann M, Binz H, Traut C (2013) Vermessung und Beurteilung von Abweichungen an Beveloidverzahnungen. Dresdner Maschinenelemente Kolloquium. TUDpress, S 111–120

3. Beam A-S (1954) Beveloid gearing. *Mach Des* 22:220–238
4. Beck M (2015) Analyse der Belastung und Beanspruchung von konischen Stirnrädern in kreuzender Achslage. Dissertation. Universität Stuttgart, Stuttgart
5. Börner J, Humm K, Joachim F (2005) Development of conical involute gears (beveloids) for vehicle transmissions. *Gear Technol* 6:28–35
6. Brimmers J (2020) Funktionsorientierte Auslegung topologischer Zahnflankenmodifikationen für Beveloidverzahnungen. Dissertation. RWTH Aachen, Aachen
7. Hemmelmann J (2007) Simulation des lastfreien und belasteten Zahneingriffs zur Analyse der Drehübertragung von Zahnradgetrieben. Dissertation. RWTH Aachen, Aachen
8. Komatsubara H, Mitome K, Ohmachi T (2002) Development of concave conical gear used for marine transmissions. *Jpn Soc Mech Eng* 45(1):371–377
9. Komatsubara H, Mitome K, Ohmachi T (2002) Development of concave conical gear used for marine transmissions. *Jpn Soc Mech Eng* 45(2):543–550
10. Liu C-C, Tsay C-B (2002) Contact characteristics of beveloid gears. *Mech Mach Theory* 37(4):333–350. [https://doi.org/10.1016/S0094-114X\(01\)00082-9](https://doi.org/10.1016/S0094-114X(01)00082-9)
11. Liu S, Song C, Zhu C, Ni G, Ullah N (2019) Concave and convex modifications analysis for skewed beveloid gears considering misalignments. *Mech Mach Theory* 133:127–149. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2018.11.012>
12. Marino D, Binz H, Bachmann M (2019) Analytical design method for beveloid gears with a small shaft angle and offset. *Forsch Ingenieurwes* 83:611–620. <https://doi.org/10.1007/s10010-019-00369-y>
13. Marino D, Bachmann M, Binz H (2020) Herleitung einer analytischen Optimierungsmethode für Beveloidräder durch lokale Anpassung der Verzahnungsdaten. *Forsch Ingenieurwes* 84:281–291. <https://doi.org/10.1007/s10010-020-00411-4>
14. Mitome K (1985) Conical involute gear. Part 3: tooth action of a pair of gears. *Jpn Soc Mech Eng* 45(28):2757–2764. <https://doi.org/10.1299/jjsme1958.28.2757>
15. Ni G, Zhu C, Song C, Du X, Zhou Y (2017) Tooth contact analysis of crossed beveloid gear transmission with parabolic modification. *Mech Mach Theory* 113(7):40–52. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2017.03.004>
16. Röhlingshöfer T (2012) Auslegungsmethodik zur Optimierung des Einsatzverhaltens von Beveloidverzahnungen. Dissertation. RWTH Aachen, Aachen
17. Roth K (1998) Zahnradtechnik – Evolventen-Sonderverzahnungen. Springer, Berlin, Heidelberg, New York
18. Schlecht B, Schaefer S, Hutschenreiter B (2014) Beveloidräder – Entwicklung einer Zahnkontaktanalyse zur Berechnung der Tragfähigkeit und Geräuschanregung von kegeligen Stirnrädern (Beveloidräder). Abschlussbericht Forschungsvorhaben Nr. 657, FVA-Heft 1115. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e. V., Frankfurt a. M.
19. Schöler T, Binz H, Bachmann M (2019) Erweiterung eines Prüfstands für Abwälzuntersuchungen an Beveloidrädern. *Konstruktion* 71(10):84–89
20. Traut C (2019) Geometrische Auslegung der Mikrogeometrie konischer Außenstirnräder mit kreuzenden Achsen. Dissertation. Universität Stuttgart, Stuttgart
21. VDI2608 (2001) Einflanken- und Zweiflanken-Wälzprüfung an Zylinderrädern, Kegelrädern, Schnecken und Schneckenrädern. Beuth Verlag, Berlin
22. VDI2609 (2000) Ermittlung von Tragbildern an Verzahnungen. Beuth Verlag, Berlin
23. VDI2612-1 (2018) Messen und Prüfen von Verzahnungen. Auswertung von Profil- und Flankenlinienmessungen an Zylinderrädern mit Evolventenprofil. Beuth Verlag, Berlin
24. Wagner M (1993) Beitrag zur geometrischen Auslegung von Stirnradpaaren mit kleinen Achsenkreuzungswinkeln. Dissertation. Universität Stuttgart, Stuttgart
25. Winkler T (2002) Untersuchung zur Belastbarkeit hohlkorrigierter Beveloidgetriebe für Schiffsgetriebe mittlerer Leistung. Dissertation. Universität Stuttgart, Stuttgart
26. Wu S-H, Tsai S-J (2009) Geometrical design of skew conical involute gear drives in approximate line contact. *Proc Inst Mech Eng C* 223:2201–2211. <https://doi.org/10.1243/09544062JMES1340>
27. Zimmer M (2016) Berechnung und Optimierung von Geometrie und Eingriffsverhalten von Verzahnungen beliebiger Achslagen. Dissertation. Technische Universität München, München